Francis Bashforth,
Mitglied des St. John's College zu Cambridge,

Praktische Anweisung
zu der Construction
schiefer Brücken
mit
Spiral- und mit abgewogenen Schichten.

Ein nothwendiges Handbuch
für
Ingenieure, Bauführer, Steinhauer, Maurer 2c.

Aus dem Englischen übersetzt
von
W. Hertel,
Bauinspector.

Mit 100 Figuren auf 8 lithographirten Tafeln.

Weimar, 1851.
Verlag, Druck und Lithographie von Bernhard Friedrich Voigt.

Vorwort des Autors.

Die nachstehende Abhandlung über die Construction schiefer Brücken (oblique bridges) ist vorzüglich für solche Techniker bestimmt, welche den Auftrag zur Ausführung von dergleichen Bauwerken erhalten, daher durfte die mathematische Beweisführung nicht ausgeschlossen werden. Da sie jedoch auch Andern, welche bei einem solchen Bau sich betheiligen, wie Steinmetzen, Maurern ꝛc. unentbehrlich ist, so ist die Einrichtung getroffen worden, daß die theoretischen Sätze von Denjenigen, die sich mit praktischen Regeln begnügen, ohne nach den Gründen zu fragen, überschlagen werden können.

Obgleich gewichtige Einwürfe gegen die Anwendung von Spiralschichten bei schiefen Brücken gemacht worden, so ist doch bei der Genauigkeit der Form, welche dabei den Wölbsteinen gegeben werden kann, anzurathen, daß man sie, unter gewissen Beschränkungen vorzugsweise wähle, bis eine bessere Schichtenanordnung eine gleiche Genauigkeit in Ausführung eines solchen Bauwerks verstattet.

Die in dem ersten Theil abgehandelten Methoden sind im Wesentlichen die der Herren Nicholson und Buck, in dem Detail jedoch viel verändert.

Schräge Brücken mit abgewogenen Lagen (equilibrated courses) *) wurden zuerst von Herrn Adie construirt, der über diesen Gegenstand im Jahr 1842 dem Institute der Civil-Ingenieurs eine Schrift übergab.

---

*) Für das hier gebrauchte „equilibrated“ hat das Deutsche keinen sachgemäßen erschöpfenden Ausdruck; wir nehmen daher, um nicht lange Umschweifungen sehr oft wiederholen zu müssen, das Wort „abgewogen“ dafür an, und verweisen dabei auf die Definition und die Figuren der Schrift selbst. Der Unterschied ist leicht erkenntlich an der Biegung der Lagerfugen in dem Intrados, welche in den ruhenden Lagen in die wagerechte überzugehen strebt.

Der Uebersetzer.

*

Dr. Whewell und Herr Sang haben ebenfalls einige theoretische Untersuchungen über dieses System veröffentlicht.

In dem II. Theile bin ich bemüht gewesen, die dieses System betreffende Unterweisung in verständlicher Form für den Praktiker mitzutheilen.

Die Verbindung gerader und schiefer Bögen, wovon der III .Theil handelt, wurde zuerst von Hrn. Adie angewandt, ausgenommen, daß dessen Lagerfugen in den Abwickelungen der Soffiten (Intrados) Kreisbogen, anstatt der ihnen mehr angemessenen Curve, waren.

St. John's Collegium.

Vorwort des Uebersetzers.

Wenn die Straße einen Fluß oder eine tieferliegende Straße unter schiefen Winkeln schneidet, und es lassen diese Richtungen sich durchaus nicht abändern, so muß man die Brücke oder den Viaduct so bauen, daß die Stirnen mit den Widerlagen schiefe Winkel machen. Es entstehen dann **schiefe Brücken** (oblique bridges, ponts biais). Früher suchte man dergleichen Anlagen zu vermeiden und umging sie oft mit bedeutenden Geldopfern; führte man sie dennoch aus, so geschah es nach Constructionen, die mit den Gesetzen des Gleichgewichts (der Stabilität) nicht oder doch nur kümmerlich stimmten, so daß man zu Verankerungen und dergleichen Nothhelfern greifen mußte. In England hat man bereits seit 1842 nach einem Systeme gebauet, welches, den statischen Forderungen entsprechend, in der Schräge einer Brücke kein Bedenken aufkommen läßt, und man führt schiefe Brücken nach angemessenen Kreuzungswinkeln auf, ohne sie als besondere Kunstwerke gegen gerade Brücken anzusehen *). In Deutschland ist das System noch fast unbekannt und, soviel mir bewußt, war die auf der thüringer Eisenbahn bei Kösen über die Saale 1846 erbauete schiefe Brücke die erste dieser Art von Bedeutung in den deutschen Landen. Sie wurde nach einem englischen Werke ausgeführt und hat sich bis heute vollkommen bewährt, ungeachtet der bedeutenden Hochwässer während ihres Bestehens und der täglichen stark belasteten Fahrten der Eisenbahn, die sie trägt. Wozu noch gerechnet werden muß, daß die Construction für sämmtliche Arbeiter und dirigirende Kräfte noch eine terra incognita war, letztere sich erst hineinstudiren und die Arbeiter ganz speciell einüben mußten, was das Gelingen um so verdienstlicher macht und ein Zeugniß mehr von der Richtigkeit der Theorie ablegt.

*) Bereits im Jahre 1787 bauete **Chapman** in Irland schiefe Brücken, welche unstreitig die Rudimente zu der neueren Theorie gegeben haben.

Bekanntlich ist der mit der Achse eines geraden Cylinders senkrecht erfolgte Schnitt ein Kreis; geschieht die Schnittebene unter einer Neigung mit der Cylinderachse, eine Ellipse. Ist **M e a b** (Fig. 4*) die Horizontalprojection eines Halbcylinders, die durch die Ebene **D B**, unter einem Winkel α geschnitten worden, so ist dann **db** eine solche (Halb-) Ellipse.

Wem sollte nicht bei dem ersten Anschauen die Möglichkeit beifallen, daß es nur eines cylindrischen Lehrgerüstes bedürfe, um eine solche schiefe Brücke ebenso, wie jede andere gerade zu wölben, wenn man die Stoßfugen, wie gewöhnlich, parallel mit den Stirnbögen, die Lagerfugen gleichlaufend mit den Widerlagen anlegte. Dem ist indeß nicht so, wovon man sich bei der genauen Betrachtung überzeugen wird; denn es ist für **b d** durchaus kein Widerlager in **M d** vorhanden, indem der Druck der Keilsteine nicht in der schrägen Richtung **b d**, sondern in der **b m** wirkt. Es würde dieser Theil unfehlbar einstürzen, wenn die Stabilität bloß auf dem Gleichgewichte der Wölbsteine beruhte.

Es müßte sich nun wohl eine solche Brücke bauen lassen, wenn man auf die Cohäsion des Cements dergestalt rechnen dürfte, daß der ganze Gewölbbogen als ein Solidum angenommen werden könnte und dabei die Abweichung α nicht über einige 20° betrüge.

Auch hat man kleinere Brückenbögen der Art schon mehr gebauet, wobei man freilich einen Theil der Wölbsteine ungebührlich lang nehmen und sie noch auf dem Lehrgerüste vollkommen austrocknen lassen, sowie von der Bindekraft des Cements völlig überzeugt sein mußte. Bei größern Brücken ist hierauf nicht soviel zu rechnen; jedoch macht R ö d e r eine Brücke von 20 Fuß Spannung mit Werkstücken von Sandstein namhaft, deren Lagerfugen parallel den Widerlagen, die Stoßfugen mit den Stirnseiten der Brücke parallel sind, und die lange Jahre bereits ohne irgend eine Spur eines Risses gestanden hat, vermuthet aber, daß in ihr eine starke Verankerung von Eisen liege.

Eine schiefe, aber kleine Brücke dieser Art über den Bicheretbach bei Lagny giebt auch P e r r o n e t in seinem Werke über Brückenbau an, ohne jedoch in die Construction näher einzugehen, als durch Verweisung auf zwei Kupfertafeln, die indeß über die Specialitäten nur geringe Auskunft geben. Die Spannung des Bogens ist nur 9 Fuß, die Länge zwischen den Häuptern 11 Toisen. Das Gewölbe ist im Schlußsteine 1 Fuß 10 Zoll stark. Der Winkel, den die Achse mit der darüberliegenden Straße macht, ist 45°.

D o u l i o t in seinem Werk über „den S t e i n s c h n i t t," Paris, 1825, giebt ausführliche Constructionen von verschiedeuartigen Grundformen schiefer Gewölbe an, aber in keiner liegen, auch nicht entfernt, die Elemente der neuern Constructionsweise.

Die Forderung an die Theorie bei Anlage einer schiefen Brücke würde immer sein: eine Form und Lagerung der Gewölbsteine anzugeben, wobei zu B e w i r k u n g d e s G l e i c h g e w i c h t s d i e s e r S t e i n e u n t e r s i c h, s ä m m t l i c h e S t o ß- u n d L a g e r f u g e n a u f e i n a n d e r u n d a u f d i e W i d e r l a g e n i n s e n k r e c h t e r R i c h t u n g d r ü c k t e n, sodann, d a ß d i e u n t e r n F u g e n k a n t e n a l l e v o l l k o m m e n i n d i e i n n e r e G e w ö l b f l ä c h e, d e n I n t r a d o s, f i e l e n.

Man hat deßhalb auf mancherlei graphische Methoden gesonnen, um wenigstens der ersten Forderung des senkrechten Drucks der Gewölbsteine auf die Fugenfläche zu genügen; dabei kommt aber die zweite Bedingung, Regelmäßigkeit der Intradosalfläche, sehr in den Hintergrund. Es entstehen nämlich an dem spitzen Winkel des Gewölbes Höhlungen und an dem stumpfen Winkel Vorsprünge. Um diese Unregelmäßigkeiten in Etwas zu beseitigen, muß statt der Ellipse der Stirnfläche eine Korblinie von größerer Ausbauchung in den Schenkeln genommen werden. Uebrigens können bei dergleichen fast willkürlichen

Annahmen die Formen der Gewölbsteine nur durch Construction im kleinern Maßstab auf dem Papier erhalten und müssen davon auf die Lehrbreter in's Große übertragen werden. Es kann nicht fehlen, daß das Verfahren, im Ganzen genommen, jedenfalls sehr zusammengesetzt wird und zu vielfältigen Fehlern Anlaß giebt. Abgesehen davon, bleibt es doch immer für den Baumeister ein lästiges Gefühl, wenn er sich scheuen muß, seine Construction nach dem Maßstab unwandelbarer statischen Gesetze zu prüfen, wenn ihm die Bürgschaft der Theoeie, das sichere Vertrauen abgeht, daß in seinem Werk Stabilität unbedingt liegen muß.

Alle Verstärkung der Dimensionen, Uebermaß und ängstliche Auswahl des Materials und alle noch zu Gebote stehenden Nothhülfen können ihm dies Bewußtsein nicht, wohl aber seinem Baue den Charakter der Plumpheit geben. Die allgemeinen statischen Gesetze liegen in der Natur so offen dar, daß selbst den Laien in der Architectonik bei'm Anblick auch des massenhaftesten Baues ein Gefühl der Unsicherheit befällt, wenn jene angewohnten Gesetze nicht aus dem Werke sprechen; während er vertrauensvoll zu dem schlanken Bau tritt, aus dem sie ihm unbewußt entgegentreten.

Alle bisher über Brückenbau handelnden Schriften umgehen daher die Construction schiefer Brücken ganz oder erwähnen ihrer nur in wenig Worten, und es war den Engländern vorbehalten, eine Theorie derselben aufzustellen und durch thatsächliche Ausführungen zu besiegeln. Nur wenige Schriften darüber sind in England erschienen; die vorliegende ist die neueste und zugleich diejenige, die am meisten in das wissenschaftliche Detail eingeht und auch den praktischen Gesichtspunct gehörig in's Auge faßt. Der vollständige Titel ist.

A practical treatise on the construction of Oblique Bridges with spiral and with equilibrated courses. By Francis Bashforth, M. A. fellow of St. John's College, Cambridge. London, George Bell, 186, Fleet Street. 1850.

Eine frühere diesen Gegenstand ausschließlich behandelnde Schrift von John Hart, 1845, war die erste, welche in das Praktische der Construction einging. Sie ist Herrn Stephenson gewidmet und erforderte bald nach ihrem Erscheinen eine zweite Auflage. In dem Vorworte sagt der Verfasser, daß er glaube, durch seine Abhandlung „einiges Licht über einen bis dahin noch wenig bekannten und verstandenen Gegenstand zu verbreiten."

Da derselbe aber ausdrücklich von der Absicht ausging, „sein Werk in einer Gestaltung zu geben, die den Fähigkeiten der Männer entspreche, welche unmittelbar die praktische Ausführnng zu leiten und zu vollführen hätten," und wünscht, „daß man seine Schrift für weiter nichts nehme, als für eine nützliche Anweisung für Praktiker, in welche er seine eigne Erfahrung, die er bei Beaufsichtigung solcher Arbeiten gewonnen, niedergelegt habe," so konnte es nicht fehlen, daß die Schrift einen rein empirischen Charakter tragen mußte. Wie es bei dergleichen Tendenzen aber immer geht, der Verfasser häuft eine Menge Handwerksregeln, die recht gut sind, wenn der vorliegende Fall sich ihnen gutmüthig anschmiegt, Rath und Hülfe aber versagen, wenn die Vorlagen sich ändern.

Er verlangt eine Menge Schablonen, Lehrbreter und Richtmaße; wir haben aber gesehen, daß mit ihnen ein schlechtes Auskommen ist. Die erwähnte Brücke der thüringer Eisenbahn in Kösen wäre vielleicht mit allen diesen Schablonen nicht zu Stande gekommen, oder hätte ihre überraschende constructive Schönheit und Sicherheit nicht erreicht, wenn nicht der geschickte Steinhauermeister und Unternehmer den ganzen Plunder von gefertigten Schablonen zur Seite warf und bloß mit Hülfe der Schmiegen und des Qua-

dranten arbeiten ließ, wozu ihm freilich seine eigene Intelligenz und ein zuvor angefertigtes Modell behülflich sein mußte.

In der vorliegenden Schrift von Bashforth finden wir dies System der Ausführung wieder. Wir finden es aber weit einfacher, weil begründet auf die Gesetze der beschreibenden Geometrie, und zwar in empirischer Behandlung, wohl aber als praktische Anleitung, gestützt und erwiesen durch jene mathematischen Gesetze.

Die Schrift ist des Ingenieurs, Werkmeistern, unter diesen besonders dem Steinhauer von großer Wichtigkeit, zumal durch sie das Vorurtheil, welches bisher gegen dergleichen Constructionen herrschte, beseitigt werden dürfte, wie es in England bereits vollkommen geschehen ist; und da durch die Eisenbahnen der Bau schiefer Brücken häufig vorkommen wird, weil man gewiß vorziehen wird, ein Ravin, Canal, Fluß, Straße &c. auf dem kürzern Wege schräg zu überbrücken, als durch weite oder gefährliche Curven es in rechtem Winkel zu überschreiten.

Die Uebersetzung dürfte wohl auch deßhalb willkommen sein, theils weil das Originalwerk in ziemlich hohem Preise steht, die englische Sprache nicht so verbreitet ist, daß die Urschrift einem größeren Publicum zugänglich wäre, theils aber auch wegen der Schwierigkeit, ein technisches Werk in fremder Sprache vollkommen zu verstehen.

W. Hertel.

Erster Theil.

Von den schiefen Brücken mit Spirallagen.

Capitel 1.

1. — Die untere Fläche eines Bogens heißt Intrados (oder Soffite), die obere Extrados *). Die fortlaufenden Flächen, die gewöhnlich mit Mörtel oder Cement gespeiset werden, und welche die Schichten der Wölbsteine sondern, nennt man Bindungs- oder Lagerflächen (Lager, **beds**). Die Curven, in welchen diese Lager die Intrados und Extrados schneiden, heißen beziehlich Intradosal- und Extradosal-Lagerfugen (**Intr. and Extr. coursing joints**). Die andern kurzen, abgesetzten Fugen, zwischen den Lauffugen, sind Stoßfugen (heading-joints), Lothfugen. Jede der verticalen Ebenen, welche die Länge der Bogen beginnen, nennt anm Bogenhaupt, Stirnflächen, den vorn in die Augen fallenden Bogen, Ansichtsbogen (face), und die Wölbsteine, welche nach dieser Fläche behauen sind, werden Wölbsteine (quoins) genannt. Die Widerlager sind aufrechte Mauern, welche die Breite der Straße oder des Fahrwassers unter der Brücke begrenzen und den Bogen tragen, auf dem die obere Fahrbahn liegt. Ein Durchschnitt des Bogens mittelst einer Ebene, rechtwinklich der Achse des Intrados, ist ein Normalschnitt, Verticalschnitt, gemeinhin „Schnitt nach dem Winkel" genannt.

2. — Unter Cylinderfläche versteht man im allgemeinern Sinn eine solche, welche durch eine Gerade a erzeugt wird, die in jedem Moment der Bewegung mit ihrer anfänglichen Lage oder einer andern unbeweglichen Geraden b parallel bleibt, während ihre Bewegung einem bestimmten Gesetze unterworfen ist. Die Bedingungen der Bewegung sind gewöhnlich durch eine Curve c gegeben, mit welcher die Gerade a, auf ihr fortgleitend, in steter Berührung bleibt.

*) Diese im Französischen und Englischen einheimisch gewordenen Ausdrücke haben auch die deutschen Benennungen „innere Wölbung (Leibung des Gewölbes) und äußere Wölbung (Oberbogen)" ziemlich verdrängt.

Der Uebersetzer.

Die Linie a heißt die Erzeugende (generatrix); die Curve c, die Leitlinie (directrix). Der gemeine (geometrische oder elementare) Cylinder ist ein besonderer Fall des allgemeinen Cylinders und entsteht, wenn die leitende Curve c ein Kreis ist.

Es ist klar, daß irgend eine Curve, die auf einer Cylinderfläche verzeichnet werden kann, unter der Bedingung eines vollen Umlaufs, als Leitlinie dieses Cylinders betrachtet werden kann. Wir nehmen jedoch, wo von der Leitlinie gesprochen wird, stets den speciellen Fall an, daß sie in einer Ebene liege, welche senkrecht der Richtlinie b oder der Erzeugenden a ist, also auch den Cylinder rechtwinklich schneidet.

3. — Cylinderflächen sind abwickelbar, d. h., wenn wir sie als ein dünnes, biegsames und unausdehnbares Blatt betrachten, welches mit der Cylinderfläche zusammenfällt, so läßt sich auch denken, daß dieses Blatt zur Ebene ausgestreckt werden kann. In diesem Zustand ist es die abgewickelte Cylinderfläche, eine Abwickelung (developement) *).

Mit Hülfe der Abwickelung der Soffite (Intrados) eines Gewölbes kann die Anordnung der Lagen leicht getroffen werden.

4. — Bevor die Werkzeichnung einer schiefen Brücke vorgenommen werden kann, muß man den spitzen Winkel (Ω), den die Straße mit der Achse des schiefen Bogens der beabsichtigten Brücke macht, suchen, sowie die Breite der Fahrbahn bestimmen. Die Breite der Straße ist der Abstand der Mauern (Brüstungsmauern) beider Seiten, rechtwinklich der Bahn gemessen. Wenn b,c, Fig. 4, das Planum einer schiefen Brücke ist, so wird ae die Breite der Fahrbahn unter derselben, am aber die Breite auf derselben sein, sammt der Stärke von zwei Brustlehnen.

Bei Bestimmung der Gestalt des Bogens muß die Form der Leitlinie oder des Normalschnitts von der Art und Größe der Fahrzeuge abhängig gemacht werden, die unter dem Bogen durchgehen möchten.

5. — Figur 1 ist eine isometrische Projection eines geraden Gewölbbogens, die Stirnflächen a,l,c und bm' sind rechtwinklich der Cylinderachse, folglich auch normal den Erzeugungslinien, die der Achse parallel sind. Die Abwickelung der Cylinderfläche ble wird dann das Rechteck be' sein, dessen Seiten ab e'f' gleich der Länge der Widerlager ab, ef, die Seiten ae' bf' aber der Länge des Bogens der Leitlinie ale gleich sind. Die Achse der Soffite wird stets horizontal vorausgesetzt.

6. — Läßt man die Stirnfläche aei', Fig. 1, sich um die senkrechte Linie aj durch einen Winkel $= 90° - \Omega$ drehen und in die Lage jac, Fig. 2, gelangen, so bleibt die Leitlinie des Cylinders $a p_1 p_2 e$ dieselbe wie zuvor, und wenn man die Cylinderfläche abwickelt, wird die Gerade $a q_1 q_2 e'$ normal ab und allen erzeugenden Linien. Die Linien $p_1 p_1'$, $p_2 p_2'$ ... sind Stücke von Erzeugungslinien des Cylinders, die durch die beiden Ebenen der Stirnfläche $a p_1' c$ und der Leitlinie $a p_1 e$ abgeschnitten werden.

7. — Von a auf ab, Fig. 2, ziehe man ae' rechtwinklich mit ab und nehme $a q_1$, $a q_2$, ... ae' beziehlich gleich dem Bogen $a p_1$, $a p_2$, ... ae der Leitlinie. Durch q_1, q_2, ... e' ziehe Gerade, parallel mit ab und mache $q_1 \gamma_1$, $q_2 \gamma_2$, ... e'c beziehlich gleich $p_1 p_1'$, $p_2 p_2'$ .... ec, dann werden $a \gamma_1 \gamma_2$ .... c Puncte in der Abwickelung von $a p_1' p_2'$ .... c sein. Sind die Stirnseiten aci, bm der Brücke parallele Ebenen, dann ist die Curve bmd dieselbe wie alc, und dc muß gleich und parallel ab sein.

---

*) Man sieht leicht ein, daß die Art und Weise, eine Cylinderfläche in ihrer Abwickelung zu construiren, darauf beruht, daß man den Cylinder als ein Prisma von unendlich vielen Seitenflächen betrachtet.

Der Uebers.

8. — Angenommen, die Abwickelung sei auf eine Horizontalebene **cab** getragen, die durch das Mauerlager der Widerlagen geht, so fälle man aus $p_1 p_2 \ldots$, $p_1' p_2'$ die Senkrechten $p_1 \alpha_1$, $p_2 \alpha_2 \ldots$, $p_1' \beta_1$, $p_2 \beta_2 \ldots$, welche die Ebene **bac** in den Puncten $\alpha_1 \alpha_2 \ldots$, $\beta_1 \beta_2 \ldots$ beziehlich treffen, und verbinde $\alpha_1 \beta_1$, $\alpha_2 \beta_2 \ldots$, die gleich und parallel beziehlich $p_1 p_1'$, $p_2 p_2' \ldots$ sein werden. Nachdem man in **ae'** einen rechten Winkel mit **ab** gezeichnet, mache man $aq_1 =$ Bog. ap_1, $aq_2 =$ Bog. $ap_2 \ldots$, lege durch $q_1 q_2 \ldots$ mit **ab** die Parallelen $q_1 \gamma_1$, $q_2 \gamma_2 \ldots$, und durch $\beta_1 \beta_2 \ldots$ ziehe $\beta_1 \gamma_1$, $\beta_2 \gamma_2 \ldots$ rechtwinklich **ab**, und verlängere sie, bis sie $q_1 \gamma_1$, $q_2 \gamma_2 \ldots$ in $\gamma_1 \gamma_2 \ldots$ beziehungsweise schneiden; dann ist augenscheinlich, wie zuvor, daß $\gamma_1 \gamma_2 \ldots$ gesuchte Puncte in der Abwickelung von der Kante des Cylinders **alc** sind, weil $q_1 \gamma_1 = \alpha_1 \beta_1 = p_1 p_1'$; $q_2 \gamma_2 = \alpha_2 \beta_2 = p_2 p_2'$ u. s. w.

9. — Dieses vorstehende Verfahren wird modificirt auf folgende Weise auf die Construction einer Abwickelung der Soffite schiefer Bögen angewandt. Man zeichnet die Leitlinie **al'e** und die Sehne **ac** auf Papier, Fig. 3, zieht **ac** so, daß sie mit **ae** einen Winkel von $90^\circ - \Omega$, und **av**, **ec** rechte Winkel mit **ae** bilden; verlängere **ae'** = Bog. **al'e**; theilt **ae'** und **al'e** beziehlich in irgend eine gleiche Anzahl gleicher Theile q_1, q_2, $q_3 \ldots$; p_1, p_2, $p_3 \ldots$ und zieht durch die Theilpuncte $q_1 \gamma_1$, $q_2 \gamma_2 \ldots$; $p_1 \alpha_1 \beta_1$, $p_2 \alpha_2 \beta_2 \ldots$ Normalen mit **e'ae**, durch β_1, β_2, $\beta_3 \ldots$ aber Parallelen mit **eae'**. Wo diese die Linien $q_1 \gamma_1$, $q_2 \gamma_2 \ldots$ in $\gamma_1 \gamma_2 \ldots$ schneiden, sind Puncte der gesuchten Curve $a \gamma_5 c'$. Nun ziehe man **ab** sowohl als **ce'd** rechtwinklich **eae'** und gleich der Länge der Widerlagen, und zeichne die Curve **bmd** in jeder Beziehung gleich der **alc**, (welches durch Parallelen, die sämmtlich gleich **ab** oder **dc'** zu machen sind, leicht zu bewirken), dann ist **abmdcl** die Abwickelung des Intrados des Gewölbes.

10. — Wenn die Abwickelung des Extrados verlangt wird, so ziehe man die Sehne **EA'** von dem Normalschnitt **A'L'E** der Cylinderfläche, verlängere **EA'** nach **E'** und mache **A'E'** = Bog. **A'L'E**, Fig. 3. Durch **E** ziehe **EC** normal **A'E**, und durch **A'** die Linie **A'C** unter einem Winkel mit **A'E** $= 90^\circ - \Omega$, oder parallel **ac**, bis sie **EC** in **C** schneidet. Dann theile man **A'L'E** und **A'E'** in eine gleiche Anzahl gleicher Theile, ziehe durch jeden Theilpunct eine Parallele mit **EC** und aus den Puncten, wo **A'C** geschnitten wird, andere Parallelen mit **A'E**, so wird auf diese Weise die Extradosal-Stirnspirale genau so bestimmt, wie bei **c'la** geschehen.

11. — Wenn auf **av** eine Curve ad_4v, ähnlich der **al'e** auf **ae**, beschrieben wird, dann ist augenscheinlich, daß, sobald $ap_1 = p_1 p_2 = p_2 p_3 \ldots$, auch $a\delta_1 = \delta_1 \delta_2 = \delta_2 \delta_3 \ldots$ ist.

Hieraus ergiebt sich die folgende Methode zu Construction der Abwickelung: in Fig. 6 mache man **ca** = **ce** des Grundrisses, Fig. 4, ziehe **Oe'** so, daß sie **ac** rechtwinklich in **O** halbirt, und mache **Oe'** = Bog. **al'e**, Fig. 3.

Ueber **ca** beschreibe den Bogen **al'c** gleich dem Normalschnitt **al'e**; theile die Gerade **Oe'** und den Bogen **cl'a** in dieselbe Anzahl gleicher Theile, ziehe Linien, wie in Fig. 6 angegeben: so werden dadurch die Puncte 1, 2, 3, ... der verlangten Curve **ala'** gefunden sein.

12. — Die Methode, nach §. 8 und 9 die Abwickelung zu suchen, ist unabhängig von irgend einer beziehlichen Form der Leitlinie **al'e** oder von der Linie **ac** des Grundrisses. Hinfort betrachten wir **ac** als Gerade und **al'c** als Kreisbogen, der den Halbkreis nicht überschreitet, weil es sich zeigt, daß solche Brücken durchaus genügend für alle praktische Anwendungen sind.

13. — Wenn eine schiefe Brücke mit Spirallagen construirt wird, so soll der Normalschnitt in keinem Falle dem Halbkreise nahe kommen, obgleich solches zuweilen geschieht. Die Figuren 8 bis 17 zeigen dergleichen Fälle.

Fig. 18 stellt das Verfahren dar, die Abwickelung des Intrados zu finden, wenn der Normalschnitt des Gewölbes ein Kreisbogen, kleiner als der Halbkreis, ist. Gesetzt, O sei der Mittelpunct von **A'L'E** und al'e und **OaA'**, **OeE** seien Gerade. Nachdem man e, a verbunden und nach e' verlängert hat, mache man ae' = Bog. al'e, theile beides in dieselbe Anzahl gleicher Theile in $q_1 q_2 q_3 \ldots$, $p_1 p_2 p_3 \ldots$ und verfahre übrigens, wie vorher, bei Bestimmung der Puncte $\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \ldots\ldots$ in der Intradosal-Stirnspirale.

Auf gleiche Weise kann die Abwickelung der Extradosal-Stirnspirale gefunden werden, wobei man zuerst **EA'** verbindet, diese Linie nach **E'** verlängert, dann **A'E'** = Bog. **A'L'E** macht 2c.

14. — Vorausgesetzt, der Normalschnitt al'e gehöre zu einem Winkel am Mittelpunct **O** $= 2\alpha$, so nehme man an des Grundrisses, Fig. 4, gleich **Oa** = dem Halbmesser der Leitlinie, Fig. 18, und ziehe nn' parallel mit cd oder ba; mache, wie in §. 11, ac, Fig. 7, gleich ec, Fig. 4.

Ziehe e'O, Fig. 7, ac halbirend, rechtwinklich in **O** und beschreibe aus dem Mittelpunct **O'** auf e'O oder deren Verlängerung und mit dem Radius nn' (Fig. 4) einen Kreisbogen, der a und c aufnimmt.

Mache Oe' gleich dem Bogen al'e, Fig. 18 und 18*, theile Oe' und den Bogen ca in eine gleiche Anzahl gleicher Theile in 1'', 2'', 3'' ...., 1,' 2', 3', ... und bestimme die Puncte 1, 2, 3 .... auf gleiche Weise wie in Fig. 7, indem der Winkel aO'c $= 2\alpha = \llcorner$ aOc, Fig. 18 und 18*.

Eine noch bequemere Methode, die Abwickelung zu zeichnen, entnehme man aus Fig. 61 und 62. In Fig. 19 ersieht man, wie man bei der Abwickelung zu verfahren hat, wenn die Zeichnung in voller Größe gebraucht wird.

15. — Hat man nun die Abwickelung des Intrados, Fig. 3, gefunden, so schreitet man zu Bestimmung der Lagerfugen. Die im Allgemeinen angenommene Methode, wenn Spirallagen angewendet werden, ist folgende:

Man verbinde bd, ac, Fig. 8, wodurch das Parallelogramm **abcd** entsteht; theile die gleichen Seiten ac, bd in dieselbe (gewöhnlich ungerade) Anzahl gleicher Theile, übereinstimmend mit der Dicke der beabsichtigten Schichten und fälle von a die Normale an auf bd.

Angenommen, n treffe nicht in einen der Theilpuncte, sondern falle zunächst r: so verbinde man ar und ziehe durch alle übrige Theilpuncte auf db und ac Parallelen mit ar innerhalb der Stirnspiraten dmb, cla oder der Widerlagen ab, cd, wodurch dann die Intradosal-Lagerfugen bestimmt sein werden.

Die kurzen, mit ar normalen Querlinien, wie $\alpha\gamma$, $\beta\delta$ .... sind Loth- oder Stoßfugen (heading joints) und zerlegen die Lagen in die Gewölbsteine.

16. — Die gebogenen Linien bmd, alc schneiden die parallelen erzeugenden Linien sämmtlich in veränderlichen Winkeln, unter 90° an den Widerlagen a, b, c, d, Fig. 8, unter Ω° an den mittlern Puncten l und m; es ist folglich nicht möglich, eine Folge paralleler Linien zu ziehen, welche mit diesen Curven unter rechten Winkeln zusammentreffen. Die Enden b, d der Curve bmd werden verbunden und die Lagerfugen rechtwinklich, oder doch ziemlich rechtwinklich, mit db gezogen.

Bei geringer Abweichung der Länge der Widerlagen ab und cd kann man es einrichten, daß der Fuß n der Senkrechten mit einem der Theilpuncte, wie r auf db genau zusammenfällt; indessen ist eine solche Genauigkeit in Bezug auf die Stabilität des Baues nicht nöthig.

17. — Die Gerade lm theilt die ganze Abwickelung des Intrados in zwei gleiche Abtheilungen. Es ist dieses die Linie, in welcher eine Verticalebene durch die Achse des Cylinders die Abwickelung **acbd** schneiden müßte, wenn sie in ihre eigenthümliche cylindrische Form zurückgebogen würde. Ebenso ist **LM** die correspondirende Linie des Extrados; lm und **LM** sind daher gleich lang, weil sie parallel unter sich und durch zwei parallele Ebenen, die Stirnseiten des Bogens, geschnitten werden.

Man sehe Fig. 50, 52 und 54.

18. — Verlängert man **ar**, **cd**, Fig. 8, bis zum Zusammentreffen in **h** und zieht **hk** rechtwinklich **ch**, bis sie die verlängerte **ab** in **k** schneidet: so erhält man (auf Fig. 9 bezogen) die Abwickelung des Extrados, so gestellt, daß, wenn **mM**, **lL** verbunden wird, ein Rechteck **mMlL** entstehen würde. Verlängert man **hk**, bis es mit den Verlängerungen von **CD** und **AB**, resp. in **H** und **K**, zusammentrifft; fällt aus **a** die Senkrechte **aA'** auf **BA'** und verbindet **A'H**: so ist **AH** die Richtung der Lagerfuge auf dem Extrados, die mit der **ah**, Fig. 8, des Intrados correspondirt.

19. — Man nehme an, $B_0 p_0 P_0$ sei eine Normale auf $A_0 B_0 C_0$, Fig. 9*, und p_0, P_0 seien zwei Puncte der Linie $B_0 P_0$, so daß $B_0 p_0 = r$, gleich dem Halbmesser des Intrados **al'e**, Fig. 3, und $B_0 P_0 = R$ gleich dem Halbmesser des Extrados **A'L'E**. Setzt man voraus, daß $A_0 C_0$ mit der gemeinschaftlichen Achse der Cylinder zusammenfällt, und daß diese erzeugt sind durch gleichförmige Bewegung in der Achsenrichtung, während der Arm $P_0 B_0$ sich gleichzeitig umwälzt, so sind die Geschwindigkeiten dergestalt übereinstimmend, daß B_0 in derselben Zeit **ak** beschreiben wird, als $B_0 p_0$ einen Winkel durchläuft, der gleich 2 **R** ist (Fig. 3); dann wird der Punct p_0 dieselbe Helice beschreiben, als sie von **ah** gebildet würde, sofern **ak** längs der Erzeugungslinie des Cylinders vom Radius **r** läge und **kd** um den Cylinder gewickelt wäre.

20. — In gleicher Weise würde P_0 die Helice beschreiben, die von **HK** gebildet würde, wenn **KHA'** innerhalb einer Cylinderfläche von dem Radius **R** läge und **KA'** parallel der Achse des Cylinders wäre, indem **A'K** = **ak** und **KH** = **A'L'E** gleich einem Halbkreise vom Radius **R**.

21. — Der Winkel **cha** = **hak** ist derjenige Winkel, unter welchem die Intradosal-Lagerfugen die Erzeugungslinien des Cylinders schneiden; wir werden hinfort denselben mit φ bezeichnen, den Extradosalwinkel **DHA'** aber ϕ nennen.

22. — Gesetzt, **ak** = **A'K** = **L**, **kh** = $\frac{1}{2}$ Kreis vom Halbmesser $r = \pi r = 3{,}14159 \cdot r$, und **KH** = $\frac{1}{2}$ Kreis vom Halbmesser $R = \pi R = 3{,}14159 \cdot R$, dann ist

$$\mathrm{Tg}\,\varphi = \frac{kh}{ak} = \frac{\pi r}{L}\text{; und } \mathrm{Tg}\,\phi = \frac{\pi R}{L},$$

$$\frac{\mathrm{Tg}\,\phi}{\mathrm{Tg}\,\varphi} = \frac{\pi R}{L} : \frac{\pi r}{L} = \frac{R}{r}.$$

23. — Man verlängere **LM** bis zum Durchschnitte mit **A'H** in **T**; und **lm**, bis sie **ah** in **t**, Fig. 8 und 9, schneidet.

Es ist dann offenbar, daß, wenn die gleich abliegenden Lagerfugen, Fig. 8, verlängert werden, sie **tl** in $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots$ treffen müssen. Eben so klar ist, daß bei Verlängerung der correspondirenden Extradosalfugen diese die Linie **TL** in den gleich abstehenden Puncten $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \ldots$ schneiden werden, so daß

$$t\alpha_1 = \alpha_1 \alpha_2 = \alpha_2 \alpha_3 = \ldots = T\beta_1 = \beta_1 \beta_2 = \beta_2 \beta_3 \ldots$$

Wenn man dergestalt die Puncte $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \ldots$ bestimmt und durch dieselben Parallelen mit **TA'** zieht, so werden die Lagerfugen des Extrados bestimmt, die mit den bereits gefundenen des Intrados correspondiren.

24. — In Fig. 25 ist die Linie **lm** auf **LM** gelegt, so daß der Punct **l** in **L** fällt, daher werden auch die Puncte $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots$ in $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \ldots$ fallen. Wird nun durch irgend einen Punct α_4 oder β_4 eine Gerade gezogen, die mit **lm** Winkel $= \varphi$ oder Φ macht, so wird diese die correspondirenden Intradosal- und Extradosal-Lagerfugen in den Abwickelungen repräsentiren.

25. — Wir werden nun weiter betrachten, auf welche Weise man die Projectionen der Lagerfugen, sowohl auf der Horizontalebene, als auf verschiedenen Verticalebenen erhalten kann *).

Die projicirenden Linien setzen wir immer senkrecht auf die Projectionsebene voraus. Zuerst sei die Horizontalprojection der Intradosal-Lagerfugen **ah**, Fig. 8, zu finden, wenn die abgewickelte Ebene in ihre ursprüngliche Cylinderform vom Halbmesser **r** zurückgebogen worden.

In Fig. 10 beschreibe man den Verticalschnitt **al'e** des Intrados, wie in Fig. 3, und ziehe die Sehne **ae**, welche in **w** halbirt wird; ziehe ao_{10}, **wv** und **ek** rechtwinklich mit **ae** und mache $wv = L$; theile dann den Bogen **al'e** in irgend eine Anzahl gleicher Theile in $p_1 p_2 p_3 \ldots$ und auch **wv** in dieselbe Anzahl unter sich gleicher Theile in $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots$; lege durch die gedachten Theilpuncte Linien, die sich paarweise schneiden, wie man Fig. 10 sieht, so werden in der verlangten Projection die Puncte $o_1 o_2 o_3$ gefunden sein. Dabei ist augenscheinlich, wenn wir annehmen B_0, Fig. 9*, falle mit **w** und die Linie $B_0 p_0$ mit **we** zusammen, daß B_0 sich dann in der Richtung **wv** von **w** nach α_1 in derselben Zeit bewegen wird, als p_0 einen ep_1 gleichen Bogen, zufolge der Rotation der Linie $B_0 p_0$, durchläuft. Daher muß nothwendig o_1 ein Punct der gesuchten Curve sein. Desgleichen wird p_0 in derselben Zeit, wo B_0 in α^2 anlangt, einen Bogen zurückgelegt haben, der gleich ep_2 ist, weßhalb o_2 ein zweiter der gesuchten Puncte ist u. s. f.

Die Projection einer gegebenen Curve ist auf allen Horizontalebenen gleich; wir können sonach annehmen, daß die horizontale Projectionsebene durch die Oberfläche des Mauerlagers (der Widerlager) **ab**, **cd** gehe.

26. — Um die Projection der Lagerfugen auf einer mit der Achse parallelen Verticalebene, Fig. 13, zu finden, nehme man $wv = ak = L$, Fig. 8, und beschreibe auf **vw** den Verticalschnitt des Intrados **al'e**; theile, wie oben, **vw** und den Bogen **al'e** in dieselbe Anzahl gleicher Theile in den Puncten $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots$, $p_1 p_2 p_3 \ldots$ Durch α_7 und p_7 ziehe man resp. senkrechte und parallele Linien, beziehlich auf **vw**, die sich in γ_7 schneiden. Auf gleiche Weise verfahre man mit jedem Paare der correspondirenden Puncte α_1, p_1; α_2, p_2 rc., und erhält so die Puncte $\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \ldots$ der verlangten Projection. Es ist klar, daß **Bo** sich in der gleichen Zeit von **w** nach α_1 bewegt haben wird, in welcher p_0 den Bogen ap_1 beschreibt, daß folglich der Punct γ_1 die gesuchte Projection von p_0 in diesem Moment sein muß. So wird auch, wenn B_0 in α_2 angelangt ist, p_0 den Bogen ap_2 zurückgelegt haben, folglich γ_2 dessen Projection sein. Nothwendig müssen daher die Puncte $\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \ldots$ Puncte der gesuchten Projection der Helice sein.

27. — Wird die Bestimmung der Projection der Intradosal-Lagerfugen auf irgend eine Verticalebene verlangt, welche die horizontale Projectionsebene in **VW**, Fig. 11, schneidet: so beschreibe man den Normalschnitt **al'e** der Soffite, so daß die Puncte **a** und **e** in der Geraden **VW** oder in deren Verlängerung liegen; theile wieder **al'e** genau in dieselbe Anzahl gleicher Theile $p_1 p_2 p_3 \ldots$, wie in Fig. 10; fälle aus

---

*) Man vergleiche Hertel, Perspective rc. Weimar, Voigt 1851, worin theils diese Projectionen in orthographischer und isometrischer Construction, theils auch die Lehre von den Abwickelungen ausführlich abgehandelt ist.

$o_1 o_2 o_3$.... Normalen auf **VW** und verlängere sie zu den Durchschnittten $\delta_1 \delta_2 \delta_3$ .... mit den durch $p_1 p_2 p_3$ parallel **VW** gezogenen Linien. Die Puncte $\delta_1 \delta_2 \delta_3$ .... sind dann Puncte der gesuchten Projection.

Die Ebene $V \delta_1 \delta_2 \delta_7 W$ ist senkrecht auf die Zeichnenebene angenommen. Es ist früher dargethan, daß, wenn B_0 nach α_1 gelangt, p_0 in einer Senkrechten liegt, die durch o_1 in einem Abstande von $p_1 r_1$ über ihr geht. Liegt p_0 in einer Verticale durch o_2, so ist dessen Abstand $p_2 r_2$ über o_2 ꝛc.

Fig. 12 stellt die Projection derselben Curve auf eine Verticalebene dar, die auf der Projectionsebene, Fig. 11, normal steht.

28. — Das Verfahren, die Projectionen der Lagerfugen von dem Extrados zu finden, ist das gleiche, welches bei Aufsuchung der Projectionen von dem Intrados Statt fand: **vw = L** bleibt dasselbe, und der Verticalschnitt des Extrados **A′L′E** wird anstatt **al′e**, Fig. 10, gebraucht.

Die Projectionen von **ah** und **A′H** auf die Horizontalebene sieht man in Fig. 15. Die Projectionen der Intradosal- und Extradosalfugen von irgend einer gegebenen Lage schneiden immer **vw** in demselben Puncte wie bei **t**.

29. — In Fig. 16 ist **ath** die Projection der Intradosal-Lagerfuge **ath**, Fig. 8, auf die Horizontalebene.

Wenn man, Fig. 16, die Puncte $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ .... bestimmt, so daß sie genau dieselben Abstände von t, wie in Fig. 8 haben, und dann durch diese Puncte $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ .... mit **ath** der Form nach identische Curven zeichnet, die gleichartig in Bezug auf **OO′** liegen, wie $\alpha_1 \alpha_1'$, $\alpha_2 \alpha_2'$ ...., so werden diese die Horizontalprojectionen der Intradosal-Lagerfugen sein.

Man mache **pac = 2R — Ω**, dann **tO = tl**, Fig. 8; mache auch **ab** gleich der Länge des Widerlagers und ziehe **bd** parallel **ac**. Es wird dann **acdb** die Projectionen der Lager enthalten, die in der That bei dem Bau der Brücke gebraucht werden, und $a_1' a_2' a_3'$ .... werden die Projectionen auf die Horizontalebene der Puncte $a_1' a_2' a_3'$ ..., Fig. 49, sein, in welchen die intradosalen Helicen den Ansichtsbogen des Gewölbes durchsetzen.

30. — Man ziehe durch **h** die Parallele **hp** mit **ac** und verlängere **wv**, bis sie **ph** in **O′** schneidet. Wenn man dann **OO′** in gleiche Nummerzahl gleicher Theile theilt, wie **bd** oder **ac**, Fig. 8, getheilt worden war, so wird jeder derselben $= t\alpha_1 = \alpha_1 \alpha_2 = \alpha_2 \alpha_3$ .... sein.

31. — In Fig. 17 ist **ath** die Projection der Intradosalfuge auf der Horizontalebene. Man theile **OO′** in 27 gleiche Theile (soviel nämlich der Bogen Wölbsteine erhalten wird, wofür hier beispielsweise 27 angenommen sind) und lasse $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ ... die Puncte der Theilung sein; durch $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ ... ziehe man die Linien $\alpha_1 \lambda_1$, $\alpha_2 \lambda_2$, $\alpha_3 \lambda_3$ .... parallel **ac**, welche **ath** in $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ .... treffen, und wieder durch $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ .... die Linien $\lambda_1 a_1'$, $\lambda_2 a_2'$, $\lambda_3 a_3'$ .... parallel **OO′**, **ac** in $a_1' a_2' a_3'$ .... schneidend; es ist dann offenbar, daß $a_1' a_2' a_3'$ .... denselben Abstand von **O** in Fig. 17 haben, als diese Puncte haben würden, wenn sie nach Fig. 16 bestimmt wären.

Ueber der großen Achse **ac** beschreibe man mit **r**, als kleiner Achse die Ellipse **alc** und ziehe aus $a_1' a_2' a'$ .... Normalen mit **ab**, so daß sie **cla** in $a_1 a_2 a_3$ .... schneiden.

Es sind dann in $a_1 a_2 a_3$ ... die Puncte in der Ansicht der Brücke, Fig. 49, so bestimmt, wie sie mit den abwechselnden Abständen der Puncte $a_1 a_2 a_3$ .... in der Abwickelung, Fig. 8, übereinstimmen.

32. — Wenn **OO′**, Fig. 15, in soviel gleiche Theile $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ .... getheilt wird, als Wölbsteine in der Ansicht, Fig. 49, vorhanden, und durch diese Puncte Parallelen mit **ac** gezogen werden, welche die Projectionen der Extradosal- und Intradosal-Lagerfugen, resp. in $\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$ .... und $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ .... schnei-

den, dann sind $\lambda_1\gamma_1$, $\lambda_2\gamma_2$, $\lambda_3\gamma_3$ .... die Größen der Projectionen der Fugen a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3 .... in Fig. 49.

Ueber ac und AC, als große Achsen, beschreibe man mit den kleinen Achsen 2r und 2R die halben Ellipsen cla und CLA. Durch γ_5 und λ_5 ziehe man Gerade, parallel vw, die ac in a_5' und b_5' schneiden, und von diesen Puncten aus die Normalen mit AC, nämlich $a_5'a_5$ und $b_5'b_5$, welche die Ellipsen in a_5, b_5 schneiden. Verbindet man b_5a_5, so wird diese die nähere Lage der Fuge sein, wie sie sich an der Ansicht des Gewölbes, Fig. 49, zeigt.

33. — Die Puncte $a_1a_2a_3$ .... $b_1b_2b_3$ .... in dem Aufrisse des Gewölbes, welche mit den Puncten correspondiren, in denen die gleich entfernte parallele Lagerfuge der Abwickelungen, Fig. 8 und 9, die Stirnspirale (heading-spiral) trifft, werden vollkommener nach den in Fig. 15 und 17 angeführten Methoden, als nach Fig. 16, bestimmt. In den meisten in der Praxis vorkommenden Fällen wird vielleicht das beste Verfahren sein, wenn man eine Sehne, so klein, daß sie statt des zugehörigen Bogens gesetzt werden kann, mit dem Zirkel auf der Stirnspirale alc, Fig. 8, forträgt und diese (alc) dergestalt annäherungsweise in gleiche Theile theilt.

Auf der Ellipse alc, Fig. 15, fange man in dem correspondirenden Puncte an, mit unverrücktem Zirkel auf gleiche Weise die Theile aufzutragen.

Die Länge der Stirnspirale alc, Fig. 8, ist auch die des elliptischen Bogens alc, Fig. 15, 16 und 17; und der Abstand einer Fuge wie a_5 kann durch die Theilung gefunden werden, die in der Abwickelung zunächst fällt und kann unmittelbar nach dem correspondirenden Punct in dem Aufriß aufgetragen werden.

In Fig. 18 bis 25 ist eine Methode dargestellt, die Abwickelung einer cylindrischen Fläche und die Projectionen der Lagerfugen zu finden, wenn der Verticalschnitt der Wölbung al'e ein Kreisabschnitt, kleiner, als der Halbkreis, ist.

Gesetzt, der Winkel aOe, Fig. 18, sei zu 2α berechnet, und $wv = ak = L$. Es bezeichnet hier L den Raum, durch welchen B_0, Fig. 9*, sich in derselben Zeit bewegen muß, als B_0p_0 gleichförmig einen Winkel $= 2\alpha$ durchläuft.

Wenn $2\alpha = \pi$, so ist dieser Fall mit dem obigen identisch. Wir haben den Grundriß und die Abweichung Ω unverändert beibehalten und bezeichnen fortwährend die Radien des Intrados und Extrados mit r und R, auch sind φ und Φ die Werthe der Winkel e'ha und E'HA' als die des Intrados und Extrados, Fig. 20 und 21.

34. — $Tg\varphi = \frac{ae'}{e'h} = \frac{2\alpha r}{L}$; $Tg\Phi = Tg A'HE' = \frac{A'E'}{E'H} = \frac{2R\alpha}{L}$;

und daraus, wie oben, $Tg\frac{\Phi}{\varphi} = \frac{2R\alpha}{L} : \frac{2r\alpha}{L} = \frac{R}{r}$.

35. — Wir haben angenommen, daß die Gerade ac, Fig. 20, in 19 Theile getheilt sei, oder daß sich in jedem Stirnbogen des Gewölbes 19 Kopfsteine befinden: sonach muß OO', Fig. 24, auch in 19 gleiche Theile getheilt werden, wenn die Bestimmung der Puncte $a_1'a_2'a_3'$ .... und daher $a_1a_2a_3$ .... verlangt wird.

36. — Herr Buck war der erste, der die Beobachtung machte, daß in einer sorgfältig ausgeführten Zeichnung, wenn b_5a_5, Fig. 15, verbunden und zum Durchschnitte Q mit der verlängerten kleinen Achse lO gezogen wird, dann alle übrigen Fugen b_1a_1, b_2a_2, b_3a_3 .... gehörig verlängert durch den

Punct Q gehen. Auch gab Herr Buck einen algebraischen Ausdruck zu Bestimmung dieses Punctes; indessen wird nachstehende Construction die Anwendnng bei weitem erleichtern.

Wenn der Verticalschnitt des Gewölbbogens ein Kreisabschnitt, wie in Fig. 18, ist, so ergänze man die Halbellipsen **A′C′L** und **a′c′l**, Fig. 26, von denen **ALC** und **alc** Bogenstücke sind. Mit der halben großen Achse **Oc′** der Intradosalellipse als Radius beschreibe man aus dem Mittelpuncte **l** einen Kreisbogen, der **Oc′** in **s** schneiden wird. In **s** an **Os** trage den Winkel $OsQ = \Phi$, als Winkel des Extrados, so ist der Punct **Q**, wo der Schenkel die kleine verlängerte Achse **10** trifft, der Centralpunct, in dem alle Fugen des Stirnbogens sich ihrer Richtung nach vereinigen.

Oder: man beschreibe aus **L** als Centrum mit dem Radius $= OC'$ einen Kreisbogen, der **OA′** in **S** schneidet, und trage in **S** an **OS** den Winkel $OSQ = \varphi$, als Winkel des Intrados; dann wird **SQ** die Verlängerung von **LO** in demselben Puncte, wie **sQ** schneiden. Siehe §. 45.

37. — Das Vorstehende hat das Verdienst, durchaus praktisch zu sein und macht manche Zeichnung entbehrlich, die sonst nöthiger Weise gegeben werden müßte, um ein vollständiges Verständniß des Constructionverfahrens schiefer Brücken mit Spirallagen herbeizuführen.

Angenommen, daß in den Figuren **14** und **26** der Punct **Q** gegeben sei, sowie auch der Punct **a″** in dem eine der Intradosal-Lagerfugen auf das Bogenhaupt stößt: so verbinde man **Q a″** und verlängere bis an die Ellipse des Extrados in **b″**; dann ist **b″a″** die annähernde Stellung des Schnittes der Lagerfuge mit dem Bogenhaupt. Folglich reicht es hin, die Puncte $a_1 a_2 a_3$ .... auf die bei Fig. **17** und **25** beschriebene Weise zu bestimmen, und dann ist, da man **Q** kennt, $b_1 b_2 b_3$ .... leicht zu finden.

38. — Die an dem Stirnbogen sichtbaren Fugen $a_1\, b_1$, $a_2\, b_2$ ...., welche durch den Durchschnitt der gewundenen (windschiefen) Lager der Steine des Ansichtsbogens erzeugt worden, sind leicht gegen den Schlußstein **1L** hin gebogene Linien; für die praktische Anwendung genügt indeß, sie als Gerade zu betrachten.

Die Art und Weise, **Q** zu bestimmen, ist je nach dem einen oder andern besondern Falle zu wählen, wie es diesem Fall am gemäßesten ist.

Der Werth von Φ kann durch die Gleichung gefunden werden

$$\mathrm{Tg}\,\Phi = \frac{R}{r}\cdot \mathrm{Tg}\,\varphi;$$

oder man zeichne, Fig. **8***, **a′b′** parallel **hk** und mache $a'b' = r$; ziehe ferner durch **b′** mit **dh** die Parallele **b′c**, die **a′h** in **c** schneidet; mache $b'd' = R$ und verbinde **cd′**. Es ist dann der Winkel $b'cd' = \Phi$, während der Winkel $b'ca' = \varphi$ ist, und

$$\mathrm{Tg}\; b'cd' = \frac{d'b'}{cb'} = \frac{d'b'}{a'b'}\cdot\frac{a'b'}{b'c} = \frac{R}{r}\cdot\mathrm{Tg}\,\varphi = \mathrm{Tg}\,\Phi \text{ und } b'cd' = \Phi.$$

Capitel 2.

39. — Nach den in dem vorigen Kapitel gegebenen praktischen Methoden, zur Aufsuchung der Abwickelungen und Projectionen, ist es leicht, die Gleichungen für jene Curven abzuleiten.

Nach Fig. 3 angenommen, daß **ae′** und **ab** die Achsen von **x′** und **y′** und $aq = y'$, $q\gamma = -x'$, der Winkel $aOp = \theta'$: dann ist

$$y' = aq = \text{Bog. } ap = r\theta$$
$$-x' = q\gamma = \alpha\beta = a\alpha \cdot Ctg\Omega = r \cdot Svers\,\theta \cdot Ctg\Omega,$$
$$\left.\begin{array}{l} y' = r\theta' \ldots\ldots\ldots \\ x' = -r\,Ctg\Omega \cdot Svers\,\theta' \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (1.)$$

40. — Im Allgemeinen hat man am bequemsten gefunden, den mittlern Punct l' zum Anfangspunct der Ordinaten anzunehmen; die neuen Achsen xx', yy' sind parallel den alten zu setzen. Es sei $lr = y$, $r\gamma = -x$, und der Winkel $l'Op = \theta$: dann ist

$$y = lr = qq_5 = qa - q_5a = \text{Bog. } pa - \text{Bog. } p_5a = \text{Bog. } pp_5 = r\theta$$
$$-x = r\gamma = \beta s = \beta_5 s \cdot Ctg\Omega = O\alpha \cdot Ctg\Omega = r\,Cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) Ctg\Omega = r\,Ctg\Omega\,Sin\,\theta;$$

woraus
$$\left.\begin{array}{l} r\theta = y \\ x = -r\,Ctg\Omega\,Sin\,\theta \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

welches die verlangten Gleichungen der Stirnspirale alc, indem der Anfangspunct der mittle Punct l ist und die Achsen von x und y, resp. parallel und normal den Erzeugungslinien der Cylinderfläche sind.

Auf gleiche Weise werden die Gleichungen für die Abwickelungen der Extradosal-Stirnspirale ALC, Fig. 9, gefunden, sie sind:

$$\left.\begin{array}{l} Y = R\theta \\ X = -R\,Ctg\Omega\,Sin\,\theta \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (3.)$$

41. — Es bezeichne L den Raum, den der Punct B_0 auf der Linie A_0C_0, Fig. 9*, gleichförmig durchläuft, während die Linie B_0P_0 gleichzeitig einen Winkel 2α beschreibt, wie in §. 33, wo 2α der Winkel aOe, Fig. 18*, ist. Angenommen, daß, wenn B_0 in o_5, Fig. 10, angelangt ist, die Linie B_0P_0 mit der verticalliegenden Achse von z zusammenfällt.

Die Achse von y trifft auf die Achse des Cylinders und die Achse von x ist xx' in derselben Horizontalebene mit der Achse von y und mit ihr normal.

Man nehme ferner an, daß, wenn B_0 den Raum $y = o_5\alpha$ zurückgelegt hat, daß der Arm B_0P_0 einen Winkel θ durchlaufen ist. Dann erhält man

$$y : L = \theta : 2\alpha; \text{ oder } y = \frac{L\theta}{2\alpha} = \mu\theta, \text{ wenn wir, anstatt } \frac{L}{2\alpha}, \mu \text{ setzen.}$$

$$-x = \alpha o = wr = r\,Cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = r\,Sin\,\theta,$$
$$z = pr = r\,Sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = r \cdot Cos\,\theta.$$

Hieraus folgt, daß, wenn wir für θ einen numerischen Werth in die Gleichungen

$$y = \mu\theta,\ x = -r\,Sin\,\theta\ z, = r\,Cos\,\theta \ldots\ldots\ldots\ldots (4.)$$

einsetzen, die Coordinaten eines Punctes in der Intradosal-Lagerfuge erhalten werden. Bei Substitution verschiedener Werthe in die Gleichungen (4.) ergeben sich die Coordinaten von irgend einer beliebigen Anzahl von Puncten der Curve.

42. — Ebenso läßt sich mit Beibehaltung derselben Achsen zeigen, daß die Gleichungen für die correspondirenden Extradosal-Lagerfugen sind:

$$Y = \mu\theta,\ X = -R\,Sin\,\theta,\ z = R\,Cos\,\theta \ldots\ldots\ldots (5.)$$

Die Gleichungen der Projectionen von diesen Helicen auf der Horizontalebene werden:

$$x = -r \operatorname{Sin} \theta,\ y = \mu\theta,$$ Fig. 10 und 22 . . . . (6.)

$$X = -R \operatorname{Sin} \theta,\ Y = \mu\theta$$ . . . . (7.)

Die Gleichungen von diesen Projectionen auf einer, mit den Widerlagen parallelen Verticalebene sind:

$$y = \mu\theta,\ z = r \operatorname{Cos} \theta,$$ Fig. 13 und 23* . . . . (8.)

$$Y = \mu\Theta\ \ Z = R \operatorname{Cos} \Theta$$ . . . . (9.)

43. — Die Gleichungen für eine Verticalebene, die, parallel mit dem Bogenhaupt der Brücke, die Achse von y in einem Abstand d von dem Anfang schneidet, ist

$$y - d = x \operatorname{Ctg} \Omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\alpha.):$$

anlangend die Coordinaten $x'y'z'$, $X'Y'Z'$, in welchen diese Ebene von dem Intradosal- und Extradosalhelicen durchdrungen wird, hat man

$$\left.\begin{aligned} y &= \mu\theta \\ x &= -r \operatorname{Sin}\theta \\ z &= r \operatorname{Cos}\theta \end{aligned}\right\} \ldots (\beta) \qquad \left.\begin{aligned} Y &= \mu\Theta \\ X &= -R \operatorname{Sin}\Theta \\ Z &= R \operatorname{Cos}\Theta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (\gamma.)$$

Der Punct $x'y'z'$ ist nun ein Punct in der Helice (β) und in der Ebene (α). Daher haben wir vier Gleichungen, woraus $x'y'z'$ und θ gefunden werden kann. Desgleichen kann $X'Y'Z'$ und Θ aus den vier Gleichungen (γ) und (α) entwickelt werden. Substituirt man die Werthe von x und y in (β) und in (α), so ergiebt sich

$$\mu\theta - d = -r \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cotg}\Omega\ (\delta) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\delta).$$

So ist auch

$$\mu\Theta - d = -R \operatorname{Sin}\Theta \operatorname{Ctg}\Omega\ (\varepsilon) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\varepsilon),$$

welche zwei Gleichungen zu Bestimmung von θ und Θ dienen; leider aber können sie nur durch fortgesetzte Annäherung gelös't werden. Ist θ und Θ gefunden, so bleibt noch übrig, deren Werthe in die Gleichungen (β) und (γ) zu substituiren, um $x'y'z'$, $X'Y'Z'$ zu entwickeln.

44. — Wir nehmen an, daß die beiden Puncte $x'y'z'$, $X'Y'Z'$ des letzten §. in dem Bogenhaupt der Brücke liegen, dann ist die Gleichung von der Projection zu (xz) der geradlinigen Fuge:

$$z - z' = \frac{Z' - z'}{X' - x'}(x - x').$$

In Fig. 14 und 26 seien $x'y'z'$ die Coordinaten von a″ und $X'Y'Z'$ von b″. Machen wir in voriger Gleichung $x = o$, $z = OQ$, so ist

$$OQ - z' = \frac{Z' - z'}{X' - x'}(o - x');$$

oder
$$OQ = \frac{z'X' - x'Z'}{X' - x'},$$

$$= \frac{r \operatorname{Cos}\theta \cdot (-R \operatorname{Sin}\Theta) - (-r \operatorname{Sin}\theta) R \operatorname{Cos}\Theta}{-R \operatorname{Sin}\Theta + r \operatorname{Sin}\theta}$$

$$= \frac{Rr(\operatorname{Sin}\Theta \operatorname{Cos}\theta - \operatorname{Cos}\Theta \operatorname{Sin}\theta)}{R \operatorname{Sin}\Theta - r \operatorname{Sin}\theta}.$$

Aus (δ) und (ε) aber ist

$$\mu\,\Theta - d = -R \operatorname{Sin}\Theta \operatorname{Ctg}\Omega, \text{ und } \mu\,\theta - d = -r \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Ctg}\Omega;$$

folglich $\mu(\Theta - \theta)\operatorname{Tg}\Omega = -(R\operatorname{Sin}\Theta - r\operatorname{Sin}\theta)$ *).

Daher auch

$$OQ = \frac{-Rr}{\mu\operatorname{Tg}\Omega}\cdot\frac{\operatorname{Sin}(\Theta-\theta)}{\Theta-\theta}, \text{ und näherungsweise } = \frac{Rr}{\mu\operatorname{Tg}\Omega} \quad \ldots\ldots \quad (10.)$$

weil die Differenz von Θ und θ immer so gering ist, daß man $(\Theta - \theta)$ und $\operatorname{Sin}\Theta - \theta)$ als gleich setzen kann.

Hieraus geht hervor, daß OQ für eine besondere schiefe Brücke constant ist, und sofern man Q und a″ in der Intradosal-Ellipse lc gefunden, Qa″ verbindet, und bis zum Durchschnitt b″ der Extradosal-Ellipse LC verlängert, a″b″ dann die Näherungslage der Fuge an dem Stirnbogen des Gewölbes ist. Man sehe Fig. 49—52.

45. — In §. 41 war μ für den Ausdruck $\frac{L}{2\alpha}$ gesetzt, und hieraus folgt

$$OQ = -\frac{rR}{\mu\operatorname{Tg}\Omega} = -Rr\frac{2\alpha}{L}\operatorname{Ctg}\Omega = -R\left(\frac{2r\alpha}{L}\right)\operatorname{Ctg}\Omega = -R\frac{ae'}{e'h}\operatorname{Ctg}\Omega,$$

Fig. 8 und 20, $= -R\operatorname{Tg}\varphi\operatorname{Ctg}\Omega$;

oder $OQ = -r\left(\frac{2R\alpha}{L}\right)\operatorname{Ctg}\Omega = -r\frac{HK}{A'K}\operatorname{Ctg}\Omega$, Fig. 9 und 21, $= -r\operatorname{Tg}\Phi\operatorname{Ctg}\Omega$.

46. — Nun ist die große Achse der Intradosal-Ellipse immer $2r\operatorname{Cosec}\Omega$ und die kleine Achse $= 2r$. Die Achsen der Extradosal-Ellipse sind $2R\operatorname{Cosec}\Omega$ nnd $2R$.

Beschreibt man aus dem Centrum L mit dem Radius $LS = OC = R\operatorname{Cosec}\Omega$, welcher die große Achse OC in S schneidet, so ist S der Brennpunct der Ellipse LC. Daher ist in Fig. 14, $LS = OC = R\operatorname{Cosec}\Omega$; $LO = R$, und der Winkel SOL ein rechter;

$$\text{folglich } \operatorname{Cos} SLO = \frac{LO}{LS} = \frac{R}{R\operatorname{Cosec}\Omega} = \operatorname{Sin}\Omega = \operatorname{Cos}(90^\circ - \Omega);$$

und der Winkel $SLO = 90^\circ - \Omega$; oder $\angle OSL = \Omega$.

Man lege an OS einen Winkel $OSQ = \varphi$ und schneide den Schenkel durch die Verlängerung von LO in Q; dann ist Q der Punct, in welchem alle Fugenschnitte des Stirnbogens convergiren, wie in Fig. 49 und 51; weil $OQ = OS\operatorname{Tg}\varphi = (OL\operatorname{Ctg}\Omega)\operatorname{tg}\varphi = R\operatorname{Ctg}\Omega\operatorname{Tg}\varphi$.

Das negative Zeichen in §. 45 zeigt an, daß OQ niederwärts von O getragen werden muß.

Ferner ist:

$$ls = Oc = r\operatorname{Cosec}\Omega \text{ und } lO = r;$$

$$\text{daraus } \cos Ols = \frac{Ol}{ls} = \frac{r}{r\operatorname{Cosec}\Omega} = \operatorname{Sin}\Omega;$$

$$\angle Ols = 90^\circ - \Omega, \text{ und } \angle Osl = \Omega;$$

---

*) Es ist nämlich, wenn man (ε) von (δ) subtrahirt,

$$\mu(\Theta) - \theta = -R\operatorname{Sin}\Theta\operatorname{Ctg}\Omega + r\operatorname{Sin}\theta\operatorname{Ctg}\Omega$$

$$= (-R\operatorname{Sin}\Theta + r\operatorname{Sin}\theta)\frac{\operatorname{Cos}\Omega}{\operatorname{Sin}\Omega},$$

$$\mu(\Theta - \theta)\frac{\operatorname{Sin}\Omega}{\operatorname{Cos}\Omega} = -(R\operatorname{Sin}\Theta - r\operatorname{Sin}\theta.)$$

Der Uebersetzer.

Man ziehe aus s die Linie sQ, so daß sie mit sO den Winkel $OsQ = \Phi$ bildet und die verlängerte lO in Q schneidet: Q ist dann derselbe Punct, welcher oben gefunden war, weil

$$OQ = Os\,Tg\,\Phi = (r\,Ctg\,\Omega)\,Tg\,\Phi. \quad \text{(Siehe §. 45.)}$$

Wenn der Verticalschnitt der Brücke kleiner als ein Halbkreis ist, wie in Fig. 18, dann müssen die Bogen AC und ac nach beiden Seiten verlängert werden, so daß sie die Halbellipsen A'LC', a'lc' ergänzen, und dann sucht man den Vereinigungspunct Q der Fugenschnitte, wie oben. Diese Construction ist §. 36 beschrieben.

47. — Um den Winkel zu finden, den die Tangente rt an der Intradosal-Ellipse apl, Fig. 58, in dem Punct p mit der Erzeugungslinie pp' durch denselben Punct macht, verfahre man wie folgt:

Es ist OO' die Achse des Cylinders, rOr' die Horizontalebene, in der sie liegt, und Ot vertical. Der Normalschnitt ist a'lc'; dagegen ist alO ein Schnitt, den eine Verticalebene macht, die durch tO geht und mit dem Normalschnitt a'lc' einen Winkel $aOa' = 90^\circ - \Omega$ bildet.

Man lege eine Tangentialebene an die Cylinderfläche in dem Punct p, so wird diese Fläche die Mantelfläche des Cylinders längs der Erzeugungslinie pp' berühren und auch die Horizontalebene aOa' in rr' schneiden, welche Linie parallel pp' und daher auch parallel OO' sein wird. Die berührende Ebene wird von der Verticalschnittebene tOr, tOr' in den Geraden rpt, r'p't geschnitten, welche Tangenten der Ellipse apl und des Kreises a'p'l in den Puncten p, p' sind. Man fälle die Senkrechten pn, p'n' auf die Ebene rOr' und verbinde nn', die gleich und parallel der Linie pp', folglich auch parallel OO' ist. Daher ist der Winkel pp't ein rechter, weil pp' parallel OO' und zugleich ein rechter gegen den Normalschnitt und mit allen Geraden in dieser Ebene, der Winkel $tpp' = \psi$ aber ist der gesuchte.

In Fig. 59 ist a'lc' der Normalschnitt und apt die Intradosal-Ellipse; p, p' sind die beiden Puncte, resp. der Ellipse und des Kreises in gleicher Höhe von der Horizontalebene aOc'. Fig. 60 ist ein Grundriß von Fig. 58.

$$Tg\,\psi = \frac{p't}{pp'} = \frac{1}{pp'}\left(p'm \cdot \frac{Op'}{Om}\right) \text{ wegen der ähnlichen Dreiecke } p'mt,\ Omp',$$

$$= \frac{1}{nn'}\left(n'O \cdot \frac{r}{Om}\right) = \frac{n'O}{n'm} \cdot \frac{r}{Om}$$

$$= \frac{r}{Om}\,Tg\,\Omega.$$

48. — ALC, alc, Fig. 63, sind die Extradosal- und Intradosal-Ellipsen für den Fall, wo der Normalschnitt ein Halbkreis ist, Fig. 3. Man trage in dem Endpunct l der kleinen Achse den Winkel $OlR = \Omega$ an, und ziehe aus R, wo lR die große Achse schneidet, RG normal ac.

Von irgend einem Punct p in der Ellipse alc ziehe pm parallel mit ac, wodurch die kleine Achse in m geschnitten wird; verbinde mR, und dann ist mRG der Winkel ψ, zwischen der Tangente von der Ellipse in p und der Erzeugungslinie des Cylinders, die durch p geht.

Es ist nämlich

$$Tg\,GRm = Ctg\,ORm = \frac{OR}{Om} = \frac{Ol\,Tg\,\Omega}{Om} = \frac{r}{Om}\,Tg\,\Omega = Tg\,\psi,$$

daher Winkel $GRm = \psi$ oder $(\pi - \psi)$.

49. — Man ziehe aus R die Linie RH, indem man mit RG einen Winkel φ, gleich dem Winkel des Intrados bildet. Dann ist mRH der Winkel zwischen der Tangente an der Ellipse und der Intradosal-Spirallagerfuge in dem Punct p.

50. — In dem Falle, wo der Normalschnitt des Gewölbes kleiner als ein Halbkreis ist, muß die Halbellipse a'lc', Fig. 67, ergänzt werden. Man mache dann, wie zuvor, $OlR = \Omega$, und aus R ziehe man RG rechtwinklich a'c', aus p aber pm parallel a'c', welche die kleine Achse in m schneidet. Nun verbinde noch mR, so ist $mRG = \psi$, gleich dem Winkel zwischen der Erzeugungslinie, die durch p geht und der Tangente an der Ellipse in p.

51. — Wenn $HRG = \varphi$ = dem Winkel des Intrados, dann sind mRH und dessen Supplement, wie oben, die Winkel zwischen den Tangenten an die Ellipse und den Intradosal-Lagerfugen in dem Punct p.

52. — Es ist augenscheinlich, daß der Winkel GRm für zwei Puncte p, p' in derselben Horizontalebene gilt. Diese Eigenschaft ist sehr nützlich bei Bestimmung der Winkel von den Gewölbsteinen $\gamma a_6 a_5$, $a_6 a_5 \alpha$ in Fig. 89.

Es kann die Bemerkung dienlich sein, daß, wenn man aus l als Mittelpunct, Fig. 63, mit dem Halbmesser Oc einen Bogen beschreibt, welcher Oc in s schneidet, und ls verbindet, der Winkel $Osl = \Omega$ ist (§. 46). Wenn man dann lR rechtwinklich sl zieht, man zugleich $lRO = 90° - \Omega$ erhält und demnach $RlO = \Omega$ ist.

Man nehme, daß die Abwickelungen, Fig. 8 und 9, 20 und 21, wie in §. 18 liegen, $\gamma\alpha_{17}$ und $\alpha\alpha_{16}$ Fugen des Intrados sind, die mit $\gamma'\beta_{17}$ und $\alpha'\beta_{16}$ des Extrados correspondiren, und $\alpha\beta\delta\gamma$ die Form eines Wölbsteins in dem Intrados sei. Man ziehe aus den Puncten α, β nach $\alpha\alpha_{16}$ zu die Linien $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ rechtwinklich mit lm oder LM, die $\alpha'\beta_{16}$ in α', β' schneidend. Es sind dann α', β' zwei Ecken des Gewölbsteins in dem Extrados, die mit denen α und β des Intrados correspondiren; gleichmäßig werden die andern beiden Ecken γ' und δ' aus γ und δ gefunden. Wenn p irgend eine Lage p_0 §. 19 in dem Intrados hat und man will die correspondirende Lage von P_0 in dem Extrados finden, so ziehe man pr parallel ha, wodurch ml in r geschnitten wird, und lege durch r und p die Normalen rr', pP auf lm oder LM; wo rr' die LM in r' schneidet. Ziehe r'P parallel mit A'H, womit pP in P geschnitten wird; dann ist klar, daß P der gesuchte Punct ist.

Capitel 3.

53. — Wenn an den Intradosal- und Extradosal-Helicen bei gleichstimmender Lage von p_0 und P_0, Fig. 9*, Tangenten gezogen werden, so werden diese in parallelen Tangentialebenen liegen, und auch die Erzeugungslinien (längs deren die Ebenen die Cylinder berühren) in Winkeln φ und Φ, resp. treffen. Wenn daher durch irgend einen Punct Gerade parallel mit den Tangenten in p_0, P_0 gelegt werden, so müssen sie einen Winkel $= \Phi - \varphi$ bilden.

54. — Bei der Construction der schiefen Brücke mit Spirallagen ist die Windung der Lager der Wölbsteine so unbedeutend, daß das folgende Verfahren eine genügende Annäherung an die wirkliche Form giebt. Man nehme zwei dünne Stücke Bret ac, a'c', Fig. 78; die gegenliegenden Kanten ad, bc, von einem dieser Streifen, wie ac, parallel. Ebenfalls lasse man a''c' parallel a'd' sein und mache den

Winkel b'c'a'' = $\Phi - \varphi$ = der Differenzen der Winkel des Extrados und Intrados; oder gebe, mit andern Worten, den gegenüberliegenden Seiten a'd', b'c' vom Streifen a'c' einen Neigungswinkel $\Phi - \varphi$.

55. — Gesetzt, das Werkstück, Fig. 80, soll zum Bogenstein behauen werden, so wird es auf sein Lager, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ horizontal aufgebankt. Die Falze (Schläge, Risse [chisel drafts]) müssen in der Richtung $\alpha'\delta', \beta'\gamma'$ eingeschnitten werden, so daß sie parallel sind und einen Abstand R — r = $\alpha\delta = \beta\gamma$ unter sich haben. Der Grund dieser Schläge muß sorgfältig rein gearbeitet werden, damit das aufgesetzte Richtscheit genau aufliege. Auch muß die Tiefe so abgerichtet werden, daß, wenn die Windischlehren (Winding strips) *) a'c', ac, resp. längs $\alpha'\delta'$, $\beta'\gamma'$ mit ihren Verticalebenen aufgesetzt werden, die Kanten a'd' und ad, die nicht in Contact mit dem Stein sind, ungeachtet der Windschiefe, in einer Ebene liegen. Der überflüssige Stein muß abgespitzt werden, und erhält die ihm zukommende Form, wenn das Richtscheit transversal oder in annähernd paralleler Richtung von $\alpha\delta$, $\beta\gamma$ aufgesetzt wird, während es überall mit dem Stein in Contact ist und zugleich auf dem Grund der Schläge $\alpha'\delta'$, $\beta'\gamma'$ aufliegt.

56. — Die Windischlehren werden meistens in der Richtung $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, Fig. 80 aufgesetzt. In Fig. 81 sind e'j', ej die auf diesen Fall vorgerichteten Lehrbreter; fj = f'j' = R — r. Man verlängere $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, bis sie a'c' in f''e'', lk schneiden. Sodann muß e'f', Fig. 81 um soviel größer denn i'j' gemacht werden, als f''e'' größer denn kl in Fig. 80 ist. Die parallelen Schläge $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, müssen in dem Abstand kf'' eingehauen werden, und zwar so, daß nach Aufsetzen der Lehrbreter deren Oberkante in einer Ebene liegt.

57. — Man mache den Winkel qOr = $\Phi - \varphi$, Fig. 77, und beschreibe aus O mit dem Halbmesser d'a' = l, Fig. 78, den Bogen qr; dann ist qr annähernd das Uebermaß von b'a' über c'd'. In diesem Fall muß bd, b'd' parallel in einer Distanz R — r und in der Richtung der Länge des Bogensteins angelegt werden. Desgleichen beschreibe man aus dem Mittelpunct O, Fig. 67, mit dem Radius $\alpha\beta = \gamma\delta$, Fig. 80, den Bogen st; es ist dann st sehr nahe dem Uebermaß von e'f' über i'j', Fig. 81, indeß R—r = ei = f'j' = der Länge der Windischlehre ist. Man hat e'j', ej längs $\alpha\delta$, $\beta\gamma$ dergestalt aufzusetzen, daß sie parallel und in einem Abstand = Os, Fig. 77, sind.

58. — Herr Buck giebt besondere Vorschriften über die Divergenz der Schläge $\alpha\delta$, $\beta\gamma$; indessen giebt der Modus, nach dem er das Uebermaß e'f' — i'j' bestimmt, in der Praxis das obige Resultat.

Derselbe macht $\gamma\delta : \alpha\beta$ = A'H : ah, Fig. 8 und 9, 20 und 21. Dies ist völlig richtig, wenn der Bogenstein genau, wie in Fig. 87, geformt ist, wo

ab : $\alpha\beta$ = A'H (Fig. 9 und 21) : ah (Fig. 8 und 20); indessen muß man bemerken, daß die ganze Länge des behauenen Steines nicht in Betracht gezogen zu werden braucht, wenn man die Dimensionen der Windischlehren bestimmen will. Da Hr. Buck so entschieden vorschreibt, wie er die Divergenz genau beobachtet wissen will, so verweise ich auf meinen vollständigen Bericht, Bd. XII, Seite 147 des **Civil Engineer and Archit. Journ.**, worin ich meine Gründe Herrn Buck's Vorschrift entgegengesetzt habe.

Ich setze eine Ebene voraus, welche durch drei Ecken des vollständig ausgebildeten Steines geht, und fälle dann aus der vierten Ecke eine Senkrechte auf diese Ebene.

---

*) Die Verdeutschung von „Winding strips" kann nur die etwas gezwungene „Windischlehren" sein, wenn wir es nicht jedesmal umschreiben wollen. Während wir also diesen Ausdruck beibehalten, erinnere sich der Leser stets der Anwendung, die sie nach obiger Beschreibung haben.

Der Uebers.

Bei Anwendung der Buck'schen Formel (Beispiel II, S. 27) finde ich die Länge der Senkrechten = 3,408 Zoll ($\alpha\beta$ zu 42 Zoll und $\gamma\delta$ zu 47 Zoll gesetzt), anstatt 3 Zoll. Wenn $\alpha\beta = \gamma\delta = 42$ Zoll, dann räume ich ein, daß $e'f' - i'j' = 3$ Zoll, Fig. 81. Wenn man aber annimmt, $\delta\gamma$ sei 47 Zoll, so muß auch $e'f'$ wachsen, so daß

$$e'f' - i'j' = 3 \cdot \tfrac{47}{42} = 3(1 + \tfrac{5}{42}) = 3 + \tfrac{15}{42} = 3 + 0{,}36 = 3{,}36 \text{ Zoll}.$$

Das Beispiel II ist ein außerordentlicher Fall, und die Differenz des Resultats (ich vermuthe dabei einen Irrthum des Herrn Buck) muß im Allgemeinen viel geringer sein.

Bei Anwendung der Windischlehren $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, sofern sie parallel sind, wird die Mühe der Berechnung erspart und ein genaueres Resultat erhalten.

59. — Auf allen Tafeln haben wir angenommen, daß die schiefen Brücken linkhandig ist, d. i., wenn man sich der Brücke, Fig. 4, in der Richtung FG rechtwinklich auf die Bogenansicht nähert, man sich nach links wenden muß, um in der Achsenrichtung fortzugehen.

Die Intradosal- und Extradosal-Lagerfugen sind bei einem solchen Gewölbe rechthandige Helicen. Wenn eine Person sich an den Intrados eines Wölbsteins, Fig. 80, stellt und gegen den Stein hinsieht, so ist die Ecke des Extrados linker Hand (δ) die, welche tiefer gelegt werden muß.

60. — Nachdem eine Seite des Wölbsteins rein bearbeitet worden ist, so müssen wir zunächst beschreiben, auf welche Weise dessen übrige Flächen gefunden werden. Es ist klar, daß nach der Methode, wie das gewundene (windschiefe) Lager des Steins zu bilden angenommen wurde, in der Nähe von $\alpha\beta$, Fig. 80, die reine Fläche nur unmerklich von der Ebene abweicht, weil $b'a''$ immer nur schmal in Vergleich mit $a'd'$, Fig. 78, ist. Der Schnitt dieser Ebene mit der Soffite der Brücke wird annähernd ein elliptischer Bogen an dem Ende der kleinen Achse sein.

Man ziehe eine Tangente tf an die Projection der Intradosal-Lagerfuge in t, Fig. 16. Diese wird die Achse des Cylinders OO' in einem Winkel φ schneiden und die halbe große Achse des elliptischen Schnittes, welcher von dem Durchgang einer Verticalebene durch tf und den Cylinder gebildet wird, ist dann $tf = r \operatorname{Cosec} \varphi$. Hieraus den Radius der Krümmung an dem Ende der kleinen Achse ermittelt, erhält man

$$= \frac{(\tfrac{1}{2} \text{ große Achse})^2}{\tfrac{1}{2} \text{ kleine Achse.}} = \frac{(r \operatorname{Cosec} \varphi)^2}{r} = r \operatorname{Cosec}^2 \varphi.$$

61. — Man nehme $AB = r$, Fig. 82, mache den Winkel $BAC = (90^\circ - \varphi)$ und ziehe BC rechtwinklich zu AB, welche AC in C schneidet. In C errichte man CD rechtwinklich auf AC, die Verlängerung von AB in D schneidend. Es ist dann DA der gesuchte Radius, weil

$$DA = \frac{DA}{AC} \cdot AC = \frac{DA}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} \cdot AB$$
$$= (\operatorname{Cosec} \varphi)(\operatorname{Cosec} \varphi)\, r = r \operatorname{Cosec}^2 \varphi.$$

62. — Man fertige ein Lehrbret (Bogenbret, template), Fig. 83, dessen concave Kante BC nach einem Bogen von dem Radius DA, Fig. 82, oder $= r \operatorname{Cosec}^2 \varphi$ ausgeschnitten ist. Nun lege man die Biege, Fig. 83, so an, daß $\alpha\beta$ parallel ist mit der Tangente in dem mittlern Punct des Bogens BC, der hier in Anwendung kommt, und reiße BC auf dem Steine vor. Dieses ist die Curve, in welcher der Intrados das Lager des Wölbsteins schneidet. Nach dieser Curve $\alpha\beta$, Fig. 86, wird dann βb, αa, normal der Curve in den Puncten α und β aufgezeichnet und ihnen die zugehörige Länge zum Abstand

der Kante ab von $\alpha\beta$ gegeben. Es ist nun $a\alpha$, $\alpha\beta$, βb bestimmt und eine besondere Mühe für den Extrados ab nicht erforderlich.

63. — Die Fläche der Intrados ist ein Cylinder vom Radius r. Die Intradosalkante $\alpha\beta$ schneidet alle Erzeugungslinien des Cylinders unter einem Winkel von φ Grad. Man nehme ein Bogenwinkelmaß (eine gemischte Schmiege, Bogenschmiege), Fig. 95, dessen innere Kante fg ein Kreisstück vom Radius r bildet, die gerade Kante ef aber nach dem Centrum des Bogens fg gerichtet ist.

Fig. 86 ist die perspectivische Ansicht von der an dem Gewölbstein angeschlagenen Bogenschmiege, und Fig. 91, 92 sind Projectionen derselben.

Der Schenkel fe muß in normaler Richtung zu der Curve $\alpha\beta$ angebracht sein, die an dem Lager des Steines gezeichnet ist (Fig. 92), und fg wird so gestellt, daß es alle erzeugende Linien der Soffite unter rechtem Winkel schneidet; oder es muß in einem Winkel $(90^\circ - \varphi)$ gegen $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$, Fig. 86 und 91, geneigt sein. Der Schenkel fe kann unbeweglich an einen Anschlag befestigt werden, der, sich an das Lager $\alpha\beta$ba des Steins anschließend, dem andern Schenkel fg die verlangte Neigung, Fig. 91, zu gleicher Zeit aber bei'm Anschlag an die Curve $\alpha\beta$, dem Schenkel fe, Fig. 92, die rechtwinkliche Richtung giebt. Die Soffite $\alpha\delta$ muß rein bearbeitet sein, so daß, wo auch die Bogenschmiege, Fig. 95, in der obengedachten Art angeschlagen werde, der Winkel f immer mit $\alpha\beta$ und fg mit der Fläche $\beta\gamma$ in Berührung bleibe. In der Soffite können zwei bis drei Rinnen eingehauen werden, in deren abzupassende Tiefe fg eingestellt werden kann, dann wird die rohe Zwischenfläche $\alpha\delta$, nachdem der Stein umgekantet worden, rein gearbeitet: so daß ein Richtscheid, welches in der Richtung der Schraffur (Fig. 86 und 91), die mit $\alpha\beta$ oder $\gamma\delta$ einen Winkel φ bildet, aufgesetzt wird, überall mit den Bodentiefen der Rinnen (Schläge) und dem Stein im Contact ist.

64. — Auch ist ersichtlich, daß, wenn die Stoßfugen (cross-joints) $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, wie vorausgesetzt, rechtwinklich auf $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ in der Abwickelung verzeichnet worden, $\beta\delta$ als elliptischer Bogen an dem Ende der Achse einer Ellipse betrachtet werden kann. Die Halbachse der Ellipse wird r sein, und eine Gerade von t rechtwinklich auf tf in Fig. 16 gezogen, schneidet hd. Der Krümmungshalbmesser an dieser Stelle ist dann

$$r \operatorname{Cosec}^2 \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = r \operatorname{Sec}^2 \varphi, \text{ nach §. 60.}$$

Man mache AB = r, Fig. 82, und ziehe aus A unter einem Winkel φ mit AB die Linie AC′, desgleichen BC′ normal AD, welche AC′ in C′ trifft. Von C′ ziehe C′B′ normal AC′, die verlängerte AB in B′ schneidend. Dann ist AB′ der verlangte Halbmesser; denn es ist

$$AB' = \frac{AB'}{AC'} \cdot \frac{AC'}{AB} \cdot AB = (\operatorname{Sec}\varphi)(\operatorname{Sec}\varphi) \cdot r = r \operatorname{Sec}^2 \varphi.$$

Man kann hinreichend genau den kleinen Bogen $\beta\delta$, Fig. 86, als kleines Stück eines Kreises ansehen, dessen Radius gleich $r \operatorname{Sec}^2 \varphi$ ist. Hieraus folgt, wenn die Bogenschmiege so abgerichtet ist, daß die Kante fg, Fig. 95, einen Kreisbogen vom Radius $r \operatorname{Sec}^2 \varphi = AB'$, Fig. 82, bildet, und ef nach dem Centrum gerichtet ist, der Schenkel fe dann in der Richtung einer Normale zur Curve $\alpha\beta$ an das Lager des Steins angelegt werden mag, wie vorher angegeben worden, doch muß in diesem Falle fg parallel $\beta\delta$ sein.

Die Richtung, in der das Richtscheid angelegt werden muß, um die wahre Cylinderfläche der Soffite $\alpha\delta$ auf dem Stein, Fig. 86, herzustellen, wird sehr leicht erhalten, wenn man sich einer Lehre (template) mit einem Winkel $= \varphi =$ **dha**, Fig. 8 und 20, bedient, dann einen Schenkel längs $\alpha\beta$ anlegt, es wird dann der andere in der Richtung der erzeugenden Linien der Cylinderfläche liegen.

65. — Man nehme ein rechteckiges Stück Eisenblech oder anderes biegsames Material, dessen schmale Seiten genau dem Abstande zweier benachbarten Lauffugen in der Abwickelung der Soffite, Fig. 8 und 20, sind. Drücke man dieses auf die genau geformte Fläche $\alpha\delta$, Fig. 86, so daß eine der Langseiten an $\alpha\beta$ zu liegen kommt, dann bestimmt die andere $\alpha\gamma$ die Kanten $\gamma\delta$ und $\delta\beta$.

Wenn die Lehre für einen besondern Stein zu lang oder zu kurz wäre, so ist sie leicht so zu legen, daß sie $\alpha\gamma$, $\beta\delta$ giebt. Die Linie $\gamma\delta$ ist nach dem Gebrauche bei'm Verarbeiten das ruhende Lager des Steins. In gewöhnlichen Fällen kann das gemeine Winkelmaß zur Bestimmung von γ und δ mit zureichender Genauigkeit gebraucht werden *).

66. — Die Dicke **bd**, **ac** des Gewölbsteins in dem Extrados ist aus den Figuren 9 oder 21 zu ersehen. Man messe die Dicke **bd**, **ac** und verbinde **cd** durch einen Schlag. Für die Vollendung des niedern Lager ist dann nichts mehr nöthig, als die überflüssige Steinmasse zu entfernen, bis ein Richtscheid, welches man in normaler Stellung in jedem Puncte der Curve $\gamma\delta$ aufsetzt, ebenfalls durch $\gamma\delta$ und **cd** geht, und überall mit der Steinfläche in Contact bleibt. Die Linien δ**d**, γ**c** können durch $\gamma\delta$ bestimmt werden, genau in derselben Weise, wie α**a**, β**b** aus $\alpha\beta$ gefunden wurden.

67. — Die beiden Enden sind noch die einzigen Flächen des Wölbsteins, deren Ergänzung übrig bleibt, weil man nicht nöthig hat, große Rücksicht auf die Form des Extrados **adcb** zu nehmen.

Die eigenthümliche Windung von $\beta\alpha$ wird erhalten, daß man ein Richtscheid **qr** in stetem Contact mit der Fläche des Steins **b**$\beta\delta$**d** bringt, wenn $\beta r = \delta q$, Fig. 86.

Alle Gewölbsteine, mit Ausnahme der Kopfsteine, werden auf diese Art gebildet.

68. — Bei'm Zurichten der Kopfsteine müssen die beiden Lager $\alpha\beta$**ba**, $\gamma\delta$**dc**, die Soffite $\alpha\beta\delta\gamma$ und das eine der Enden α**ac**γ auf gleiche Weise behandelt werden, wie jeder andere Gewölbstein. Das ruhende Ende ist eine Ebene und bleibt bestimmt. Angenommen, es sei die Form des Wölbsteins $a_{21}b_{22}$, Fig. 49, zu suchen, so entnimmt man aus der Abwickelung, Fig. 8, den Abstand von a_{22} und der ersten Stirnfuge $= \gamma a_{22}$ in Fig. 88, welcher in a_{22} einen der Puncte in dem Ansichtsbogen bestimmt. Auch wird der Winkel $\gamma a_{22} a_{21}$, Fig. 88, entweder aus der Abwickelung, Fig. 8, gefunden, wo er gewöhnlich vorhanden, oder mit größerer Genauigkeit nach §. 47—52, Fig. 63 und 67. Nachdem man das Schrägmaß, Fig. 94, nach diesem Winkel eingestellt hat, muß dieses Werkzeug so angeschlagen werden, wie in Fig. 87 angegeben ist. Dadurch wird der zweite Punct a_{21} in der Ebene gefunden.

69. — Man setze, **LM** und **lm** decken sich in Fig. 56, und **Lpc**, **LPC** seien die Hälften der Abwickelungen des Intrados und Extrados. Nimmt man an, die Linien α**p** und α**P** seien unter den Winkeln φ und Φ, resp. gegen **LM** geneigt, dann sind diese beiden Linien correspondirende Fugen des Intrados und Extrados.

---

*) Auch kann ein Quadrant bei'm Austragen gute Dienste leisten und so manche Vorrichtung von Lehrbretern ersparen.

Der Uebers.

Es wäre diese die Fuge $a_{22}\,\alpha_{22}$, Fig. 8. Von dem Puncte p, wo αp die Linie **Lpc** trifft, ziehe pn parallel **LE** und schneide α**P** oder deren Verlängerung in n.

Wenn sodann der Punct p_0 in Fig. 9* in die Bogenansicht gelangt ist, so hat der Punct P_0 den Raum n**P** zu beschreiben, um in dieselbe Ebene zu gelangen.

70. — Zieht man nun durch den vorläufig bestimmten Punct a_{22}, Fig. 88, $a_{22}\,n_{22}$ normal mit der Curve $\gamma\alpha$ auf dem Lager des Steins γ**d**, und trägt längs der Extradosal-Helice **c d** das Maß $n_{22}\,b_{22} = n$**P** in Fig. 56, so ergiebt sich in dem Puncte b_{22} ein dritter Punct der zu bestimmenden Ebene, weil a_{22} und n_{22} beziehlich die gleichzeitigen Stellungen von p_0 und P_0 in Fig. 9* sind.

Als Controle der Genauigkeit der erhaltenen Puncte kann man noch einen vierten b_{21} in der Ebene $a_{22}\,b_{22}\,b_{21}\,a_{21}$ suchen.

71. — Die Fuge a_{21} correspondirt mit a_6 und die Länge von $a_6\,n_6$ würde man gleich genau $a_{21}\,b_{21}$ gefunden haben. So ist auch $a_1\,n_1 = a_{26}\,n_{26}$, $a_2\,n_2 = a_{25}\,n_{25}$ ꝛc.

Bei Bildung der Kopfsteine muß man bedacht sein, diese Maße der Abstände in rechter Richtung aufzutragen.

Fig. 88 ist eine Ansicht des Kopfsteins $a_{21}\,b_{22}$, woran man sehen kann, wie $n_{22}\,b_{22}$ in der entgegengesetzten Richtung von der Normale im Vergleich mit $b_5\,n_5$, Fig. 89, gemessen wird. Die Abwickelung ist die entgegengesetzte — auf der Hälfte der Bogenansicht, an der Seite der stumpfen Ecke des Widerlagers **Cc**, sind an dem Intrados alle Winkel $\gamma a_{22}\,b_{22}$, $\alpha a_{21}\,b_{21}$ stumpf, die zunächst des spitzen Winkels des Widerlagers **Aa** sind spitz, wie $\gamma a_6\,b_6$, $\alpha a_5\,b_5$ ꝛc.

In dergleichen Fällen werden lange Wölbsteine completirt und dann mittelst der Säge in zwei solche Steine, wie Fig. 88 und 89, im Mittel getheilt.

72. — Der schicklichste Modus, nach welchem dem Arbeiter Vorschriften über die Form der Kopfsteine ertheilt werden kann, ist folgender: Man ziehe Parallelen mit **ac**, Fig. 63 oder 67, durch die Mittelpuncte von aa_1, $a_1\,a_2$, $a_2\,a_3$ ... der Kanten der Kopfsteine, welche die verticale Halbachse in m_1, m_2 ... treffen, und verbinde Rm_1, Rm_2, Rm_3 ....; nehme ein Bret **BCD** mit einer abgerichteten Kante **BAC**, Fig. 93. Aus **A** ziehe Linien unter demselben Winkel mit **BA**, den Rm_1, Rm_2 ... mit **RH** eingehen und nummerire sie übereinstimmend mit der Fuge. Also bei dem Winkel HRm_1 setze man **0** und **1** an die beiden Seiten der in Fig. 93 gezogenen Linie; so auch bei dem Winkel ARm_2 setze man die Zeichen **1** u. **2** ꝛc. Es genügt, diese Winkel für eine Hälft eder Ellipse zu bestimmen. Der Schenkel tr der Schmiege, Fig. 94, wird nun an die abgerichtete Kante **BAC** angeschlagen, während das Blatt qs nach Maßgabe der Fugennummer an den beziehlichen Winkel gedreht wird. Die Schmiege muß an den Punct a_{22}, wie in Fig. 87 gelegt werden, wenn man a_{21} finden will. Ist a_{21} bekannt, dann muß tr an $\alpha\beta$ angelegt werden, so giebt rq den Punct a_{22}. Der Winkel, der in Fig. 93 angenommen, gehört für den mittlern Punct zwischen a_{21} und a_{22}.

73. — Aehnliche Kunstgriffe sind in Fig. 84 und 85 dargestellt, um die Winkel $\gamma\alpha_6\,b_6$, $\alpha a_5 b_5$ ... an den Lagern zu bestimmen. **BAC** ist ein Kreisbogen, dessen Halbmesser gleich **DA**, Fig. 82 (§. 60), gleich $r\,\mathrm{Cosec}^2\,\varphi$. **DA** geht nach dem Mittelpuncte und **DA** = **R** — r = der Dicke des Bogens. Der durch **D** gehende Halbmesser ist gleich $R\,\mathrm{Cosec}^2\,\Phi$ und kann durch Construction bestimmt werden,

genau, wie r Cosec² φ in Fig. 82 gefunden wurde, nur daß **R** und Φ anstatt r und φ einzusetzen sind. Man muß die Längen von **Pn**, Fig. 56, für jede Schicht einer Hälfte der Abwickelung suchen und diese Abstände von **D** ab auf den Kreisbogen tragen, der durch **D** geht und, wie in Fig. 84, beziehlich mit Nummern bezeichnen.

Angenommen, ein Arbeiter habe nun einen Kopfstein, Fig. 90, zugerichtet, und die beiden Puncte a_6, a_5 seien nach Fig. 87 gefunden. Der Schenkel tv der Schmiege, Fig. 85, wird dann an die Curve **BAC**, Fig. 84, gelegt und das Blatt uw auf **A6** gerichtet und festgestellt. Hierauf schlägt man die Schmiege an den Stein an, wie in Fig. 90, so giebt die Kante von uw, durch a_6 gehend, und dann der Durchschnitt b_6 von derselben Kante mit der Extradosal-Helice cd, einen dritten gesuchten Punct in dar Ebene $a_5 a_6 b_6$.

74. — Eine andere Methode, die Winkel $\gamma \alpha_6 b_6$, $\alpha a_5 b_5$ .... zu erhalten, ist folgende: Man suche den Brennpunct **Q**, in welchem die Fugen der Gewölbsteine an dem Bogenhaupt convergiren; theile den Aufriß des Intrados alc, wie in Fig. 16, 17 und 24, oder nach anderer schicklicher Methode, so daß die Puncte $a_1 a_2 a_3$ .... der Bogenansicht mit denen $a_1 a_2 a_3$ ... der Abwickelung, Fig. 8 oder 20, correspondiren. Angenommen, a″, Fig. 14 oder 26, sei ein solcher Punct, wie a_{22}, so verbinde man **Q**a″ und verlängere bis an die Ellipse **ALC**, in welcher die Bogenansicht den Extrados schneidet, nach b″. Dann ist a″b″ die Länge von $a_{22} b_{22}$ in Fig. 88. Wenn man daher aus dem Mittelpunct a_{22} mit dem Halbmesser = a″b″, Fig. 14 oder 26, einen Bogen beschreibt, der die Helice cd in b_{22} schneidet, so ist offenbar b_{22} einer der gesuchten Puncte in der Bogenansicht. Diese Methode kann zu Bildung der Chablone, Fig. 84, gebraucht werden.

Bekanntlich ist $a_{22} b_{22}$ oder a″b″ in der Wirklichkeit eine Curve, aber $a_{22} b_{22}$ sind zwei Puncte in den Helicen des Intrados und Extrados, und a″b″ giebt genau die Entfernung dieser Puncte, in gerader Linie gemessen; auch ist vorausgesetzt, daß die Distanz $a_{22} b_{22}$, in Fig. 88, in gerader Linie gemessen worden.

Die oben beschriebenen Methoden zu Bildung der Gewölbsteine sind einfach, und der Grad der Genauigkeit in den Resultaten hängt einzig von der Zartheit der Werkzeichnung ab, die nach einem Maßstabe gemacht werden muß, welcher dem Grade der geforderten Schärfe angemessen ist.

Die Kopfsteine werden im Allgemeinen mit Abtreppung (steps) gebildet, wie $b_1 b_2 b_3 b_4$ ...., Fig. 49, 51 und 53; indessen ist stets vorausgesetzt, daß der Theilriß Ellipse sei, gleich **AL**, Fig. 53. Wenn die Lagerflächen in solchem Falle genau geformt sind, so kann den Außenflächen leicht die Form in Fig. 49 und 51 gegeben werden.

75. — Die Introsalschichten der schiefen Brücke treffen das Mauerlager unter einem Winkel φ, gleich dem Winkel des Intrados; es ist nöthig, daß diese Lager auf den Widerlagen passend zu Aufnahme der Enden der Schichten (der ruhenden Lagen) gearbeitet werden. Der schattirte Theil der Abwickelungen längs ab, **AB**, Fig. 8 und 9, sind in der Wirklichkeit Theile der Lager.

Fig. 64 ist die isometrische Projection eines Mauerlagers einer schiefen Brücke, wo $\lambda \mu \nu$, $\lambda' \mu' \nu'$, resp. dieselben Dreiecke, wie $\lambda \mu \nu$, Fig. 8, und $\lambda' \mu' \nu'$, Fig. 9, sind; diese sind so angelegt, daß die Geraden $\lambda' \lambda$, $\nu' \nu$, $\mu' \mu$...., wenn man sie verlängern würde, die Cylinderachse rechtwinklich schneiden.

76. — Nun ist $\nu\lambda\mu = \varphi$ und $\lambda\nu\mu =$ ein rechter Winkel in der Abwickelung; wenn daher auf ab, Fig. 68, der wirklichen Länge des Stoßes $\lambda\mu$, ein Halbkreis acb beschrieben und von a aus ac unter einem Winkel φ mit ab gezogen wird, welche den Halbkreis in c schneidet, und man verbindet bc, so muß bca nothwendig ein rechter Winkel sein, und das Dreieck acb ist die geeignete Form des Lehrbrets zu Bearbeitung des Intrados auf den Stößen $\lambda\mu\nu$, Fig. 64. Ebenso, wenn in Fig. 9 der Winkel $\nu'\lambda'\mu' = \Phi$ als Winkel des Extrados bekannt ist, trage man an den Punct a auf ba den Winkel $bac' = \Phi$. Gesetzt, ac' schneide die nach oben verlängerte Senkrechte cn von c auf ab in dem Punct c' und man verbindet c'b, dann ist, weil

$$\frac{r}{R} = \frac{Tg\,\varphi}{Tg\,\Phi} = \frac{cn}{c'n},$$

das Dreieck abc' die Form des Lehrbrets für den Extrados $\lambda'\mu'\nu'$, Fig. 64.

Zweiter Theil.

Von der Construction der schiefen Brücken mit abgewogenen (equilibrated) Schichten.

---

77. — In Fig. 8 und 9 sind die Lagerfugen in den Abwickelungen als gerade Linien gezeichnet; wir nehmen jedoch nicht ferner an, daß sie dergleichen sind. Die Lagerfuge des Intrados bei einer abgewogenen schiefen Brücke schneidet die Curve rechtwinklich, die durch den Schnitt der Soffite mit einer dem Ansichtsbogen parallelen Ebene entsteht.

Vormals bauete man als Stellvertretung einer eigentlichen schiefen Brücke, eben so ungeschickt, als kostspielig, eine Reihe schwacher, verbindungsloser gerader Bögen, wie in dem Grundrisse, Fig. 5. Nimmt man an, die Anzahl dieser Bögen werde ansehnlich vermehrt, dagegen deren Breite vermindert, so gelangt man näherungsweise zu der abgewogenen Brücke.

78. — Wenn wir (§. 39) gezeigt haben, daß die Gleichung der Stirnspirale **atc**, Fig. 29, war

$$\left.\begin{aligned} y &= r\theta \\ x &= -r\,\mathrm{Cotg}\,\Omega\,\mathrm{Sin}\,\theta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

so wird jetzt die Gleichung von c′a′, wenn die Abwickelung der Curve auf eine ihr parallelen Ebene und in dem Abstand d = tt′ von dem Ansichtsbogen erfolgt, sein:

$$\left.\begin{aligned} y &= r\theta \\ x &= -r\,\mathrm{Cotg}\,\Omega\,\mathrm{Sin}\,\theta - d \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Angenommen, daß

$$Y = f(X) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

die Gleichung der Curve ist, die (2) in den Puncten x, y rechtwinklich schneidet, dann muß in diesem Puncte sein

$$y = Y;\ x = X;\ \text{und}\ \frac{dy}{dx} = -\frac{dX}{dY},$$

oder $$\frac{r}{-r\,\mathrm{Ctg}\,\Omega\,\mathrm{Cos}\,\frac{Y}{r}} = -\frac{dX}{dY};$$

daher $$\frac{dX}{dY} = \frac{\mathrm{tg}\,\Omega}{\mathrm{Cos}\,\frac{Y}{r}};$$

oder $$X + C = -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega \int \frac{\mathrm{Sec}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{Y}{2r}\right)}{\mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{Y}{2r}\right)}\, d\left(\frac{\pi}{4} - \frac{Y}{2r}\right)$$
$$= -\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{Y}{2r}\right) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4),$$

welches die Gleichung für die gesuchte Classe von Curven ist, die eine beliebige Constante C enthält und unabhängig von d in (2) ist.

79. — Vorausgesetzt, die Curve gehe durch ihren Ursprung, wo

$$X = o,\; Y = o, \text{ und}$$

$$C = -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\frac{\pi}{4} = o.$$

Dann ist die Gleichung der Curve $a_1 t a_2$

$$X = -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{y}{2r}\right) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (5);$$

oder x und y für X und Y gesetzt, und beachtet, daß vorher $y = r\theta$ war, findet man

$$\left.\begin{aligned} y &= r\theta \\ x &= -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}\right\} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (6),$$

für die Gleichung der Lagerfuge $a_1 t a_2$.

80. — Gesetzt, die Abwickelung, Fig. 29, sei auf einen Cylinder vom Radius r gewunden, indem tm mit der erzeugenden Linie des Cylinders, welche senkrecht der Achse des Cylinders ist, zusammentrifft; und man nimmt nun die Achse des Cylinders für die Achse von y, eine Verticale durch t, Fig. 29, aber für die Achse von z und die Achse von x normal der Achse von y und mit ihr in derselben Normalebene; setzt ferner, daß in Fig. 29, $mu_6 = r\theta$ und $tm = -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$; nimmt $x\,y\,z$ als Coordinaten des Punctes m, wenn, Fig. 29, wir die besondere Cylinderform voraussetzen; dann ist

$$\left.\begin{aligned} y &= tm = -r\,\mathrm{Tg}\,\Omega\,\log_e \mathrm{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \\ x &= -r\,\mathrm{Sin}\frac{mu_6}{r} = r\,\mathrm{Sin}\,\frac{r\theta}{r} = -r\,\mathrm{Sin}\,\theta \\ z &= r\,\mathrm{Cos}\,\frac{mu_6}{r} = r\,\mathrm{Cos}\frac{r\theta}{r} = r\,\mathrm{Cos}\,\theta \end{aligned}\right\} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (7).$$

Hieraus findet sich, wenn wir in den Gleichungen (6) für θ irgend einen Werth setzen, xy, als Coordinaten für denselben Punct m' in der Abwickelung, Fig. 29; und wenn wir den gleichen Werth für θ in die Ausdrücke (7) setzen, erhalten wir die Werthe der Coordinaten für denselben Punct m', wenn, Fig. 29, um einen Cylinder vom Radius r gewunden ist.

81. — Es ist offenbar, daß, bei paarweiser Verbindung der drei Gleichungen (7), wir die Gleichungen für die Projectionen dieser Curve auf den einzelnen Coordinatenebenen erhalten müssen. So sind, wenn

$$x = -r \operatorname{Sin} \theta, y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8),$$

die Gleichungen zu $0_8\, 0'_8$, Fig. 30, der Projection auf die Horizontalebene xy:

$$y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right), \quad z = r \operatorname{Cos} \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

die Gleichungen zu $r'r$, Fig. 31, der Projection der Lagerfugen auf die Ebene yz, oder auf eine mit den Widerlagen parallele Ebene.

82. — Die Projection der Lagerfuge auf die Ebene xz wird offenbar ein Kreis sein. Die Gleichung von $s_8\, s_0\, s_5$ der Projection derselben Curve auf eine Verticalebene, welche die horizontale Ebene xy in WV schneidet, wird gefunden unter der Voraussetzung, daß die Achsen x und y in (7) durch einen Winkel $xt'V = \beta$ um die Achse von z gedreht werden; also sofern xyz die Coordinaten von einem Puncte beziehlich auf die frühern Achsen sind, beziehen sich $x'y'z'$ in Betreff desselben Punctes auf die neuern Achsen.

Dann ist

$$\left.\begin{aligned} x' &= x \operatorname{Cos} \beta + y \operatorname{Sin} \beta \\ &= -r \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sin} \theta - r \operatorname{Tg} \Omega \operatorname{Sin} \beta \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \\ y' &= -x \operatorname{Sin} \beta + y \operatorname{Cos} \beta \\ &= r \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Sin} \beta - r \operatorname{Tg} \Omega \operatorname{Cos} \beta \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \\ z' &= z = r \operatorname{Cos} \theta. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Wenn in (10) $\beta = 90^0 - \Omega$, so hat man für die Gleichungen der Lagerfugen, wie sie in dem Aufrisse, Fig. 53, erscheinen,

$$\left.\begin{aligned} x' &= -r \operatorname{Sin} \Omega \operatorname{Sin} \theta - r \operatorname{Sin} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \\ z' &= r \operatorname{Cos} \theta. \end{aligned}\right\}$$

83. — Ehe man die Gleichungen der Lagerfugen des Extrados finden kann, muß die Form der Lager der Gewölbsteine festgestellt werden. Man nehme an, $A_0\, C_0$, in Fig. 9*, werde bewegt in der Richtung ihrer Länge, die mit der gemeinschaftlichen Achse des Intrados und Extrados zusammenfällt; setze, der Arm $B_0\, P_0$ drehe so, daß $A_0\, C_0$ vorwärts gehe, wobei p_0 die Intradosal-Lagerfuge beschreibt, dann wird P_0 die des Extrados zeichnen. Die Gleichungen des zurückgelegten Wegs von p_0 werden sein

$$x = -r \operatorname{Sin} \theta, \quad y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right), \quad z = r \operatorname{Cos} \theta;$$

daher sind offenbar die Gleichungen für den Weg von P_0

$$X = -R \operatorname{Sin} \theta, \quad Y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right), \quad Z = R \operatorname{Cos} \theta \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Die Gleichungen der Projection der Curve (11) auf die Ebene (XY) sind

$$X = -R \operatorname{Sin} \theta, \quad Y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right);$$

und auf die Ebene YZ, welche mit der Ebene der Widerlagen parallel ist,

$$Y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right), \quad Z = R \operatorname{Cos} \theta.$$

84. — Es ist demnach klar, daß, wenn der Extrados abgewickelt ist, die Curve (11) durch die Gleichungen gegeben wird

$$Y = R\theta,\quad X = -rTg\,\Omega\,\log_e Tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12),$$

welches $A_1 t A_2$, in Fig. 29, ist, wo ltm die Achse von X.

85. — Vergleicht man die Ausdrücke (6) und (12), so findet man, daß für einen bestimmten Werth von θ

$\frac{Y}{y} = \frac{R}{r}$ und $X = x$. Hieraus folgt, wenn man in Fig. 29 irgend eine Linie mu_6j parallel der Achse von y oder rechtwinklich mit xx' zieht und $mj : mu_6 = R : r$ macht, der Punct j ein Punct in der Lagerfuge $A_1 t A_2$ sein wird.

86. — In der Abwickelung des Intrados und Extrados, Fig. 34 u. 40, hat man $ba = lm = cd = BA = LM = DC$.

Wenn die Gleichungen irgend einer Intradosal-Lagerfuge $\mu_{16}a_{16}$

$$y = r\theta,\quad x = -rTg\Omega\log_e Tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) - d$$

und m der Anfang der Coordinaten, dann sind die Gleichungen für die correspondirende Extradosal-Lagerfuge $\nu_{16}b_{16}$, Fig. 40,

$$y = R\theta,\quad x = -rTg\Omega\log_e Tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) - d,$$

wobei M der Anfang, $M\nu_{16} = d = m\mu_{16}$ ist.

87. — Die vorstehenden Formeln würden von geringem practischem Werthe sein, wenn sie nicht eine beträchtliche Vereinfachung zuließen. Die Maßstäbe 98, 99 und 100 sind zu diesem Zweck erdacht worden.

Fig. 97 ist ein gewöhnlicher gleichtheiliger Maßstab, der gebraucht wird, um die Scale, Fig. 98, zu theilen, deren Bestimmung die Ausmittelung der Werthe von

$$-rTg\Omega\log_e Tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$$

ist. Der Grund, warum die Theilungen 10°, 20°, 30° .... in Fig. 98, so gestellt sind, ist folgender: θ sind die bestimmten Werthe 10°, 20°, 30° .... beigelegt, und mittelst der logarithmischen Tafeln der Tangenten lassen sich die numerischen Werthe von

$L_{10}Tg(45° - 5°)$, $(45° - 10°)$, $(45° - 15°)$ 2c. finden. So ist denn

Werthe von θ	0°	10°	20°	30°	40°	2c.
„ „ $\left(45° - \frac{\theta}{2}\right)$	45°	40°	35°	30°	25°	2c.
„ „ $L_{10}Tg\left(45° - \frac{\theta}{2}\right)$	0	.0761	.1548	.2386	.3313	2c.

So ist 0° auf (E) dem 0° auf der Scale der gleichen Theilung (B) gegenübergestellt; 10° auf (E) steht an .0761 auf (B); 20° auf (E) correspondirt mit .1548 und so weiter. Fig. 99 ist eine Scale der natürlichen Sinus, und Fig. 100 die der Cosinus oder der Sinus versus für den Radius 100, Fig. 97

88. — Es erhellet, daß die Gleichungen für die Abwickelung der Intradosal-Stirnspirale ala', Fig. 6, sind:

$$y = r\theta,\quad x = -r\,Ctg\,\Omega\,Sin\,\theta.$$

In Fig. 61 zeichne Oa, Ol gegenseitig normal. Mache Ol = Bog. al' Fig. 3, = der halben Länge des Verticalschnitts vom Intrados des Bogens, also Oa = $\frac{1}{2}$ ec, Fig. 4. Der Verticalschnitt ist in diesem Fall ein Halbkreis, oder $\alpha = 90^{\circ}$.

Man lege den Nullstrich irgend einer passenden gleichtheiligen Scale BC an l, Fig. 61, und drehe die Scale so weit herum, bis der 90. Theilstrich auf Oa oder deren Verlängerung zu liegen kommt, und ziehe durch beliebige Puncte, wie 10, 20, 30 .... Parallelen mit Oa.

Hierauf lege man die Scale der natürlichen Sinus FG, wie in Fig. 62, an, so daß 90° in den Punct a und Null auf die Linie Ol falle, und ziehe durch die Theilpuncte 10, 20, 30 ..., deren Bezeichnung mit den in Fig. 61 gebrauchten übereinstimmt, Parallelen mit Ol. Die Durchschnitte dieser Linien sind soviel Puncte der Abwickelung des Intrados, wie in Fig. 62 gezeichnet ist.

89. — Die gleiche Methode wird in Fällen angewandt, wo der Normalschnitt des Bogens ein Segment bildet, welches kleiner, als ein Halbkreis ist.

Wie oben mache man, in Fig. 65, Ol = al', Fig. 18, gleich einem Bogen, der einen Winkel α (hier angenommen 53° 8') umspannt, und Oa = $\frac{1}{2}$ ec, Fig. 4. Der Nullstrich von BC (der gleichtheiligen Scale) wird an den Punct l und der Theilstrich von 53,13 (d. i. 53° 8') an die Linie Oa gelegt. Sodann legt man die Sinusscale FG mit dem Punct 53° 8' auf den Punct a, mit dem Nullpunct an die Linie Ol und zieht die Parallelen, wie oben. Dieses ist die am meisten zusagende Methode zu Bestimmung der Abwickelungskante der Cylinderflächen schiefer Brücken.

90. — Die Gleichungen für die Lagerfuge $a_1 t a_2$ in Fig. 29 sind:

$$y = r\theta, \quad x' = - \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right).$$

Die besondern Werthe von y werden auf dieselbe Weise wie in Fig. 61 und 65 gefunden. Man findet, wenn $\theta = 49^{\circ} 36' 18''$, daß $\log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) = -1$ ist, und daher $x = r \operatorname{Tg} \Omega$. Ebenso wenn $\theta = 74^{\circ} 35' 8''$ gesetzt wird, $\log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) = -2$, folglich der übereinstimmende Werth von $x = 2r \operatorname{Tg} \Omega$ ist. B_1, Fig. 98, wird an 49° 36' 18" und B_2 an 74° 35' 8" gelegt, welches zwei sehr wichtige Puncte sind. B_1 fällt entgegengesetzt .43429 von BC und B_2 entgegengesetzt .86859 an derselben Scale, Fig. 97 und 98. Die correspondirenden Winkel sind mit C_1 und C_2 auf der Sinusscale FG, Fig. 90 und mit D_1 und D_2 auf der Scale der Cosinus, Fig. 100, bezeichnet.

91. — In Fig. 29 mache man ty' = Bogen al', Fig. 3, lege die gleichtheilige Scale, wie in Fig. 61 und bestimme so die Linien $v_1 u_1'$, $v_2 u_2'$ ....; also muß βv durch die Theilung 74° 35' 8" oder 74,585 gezogen werden. In dem Grundrisse, Fig. 29* (welcher derselbe in Fig. 4 ist), nehme man cG = 2r = dem doppelten Radius des Intrados und ziehe GG' normal cG, die ca oder deren Verlängerung in G' trifft. Von v messe man längs $v\beta'$, Fig. 29, eine Distanz $v\sigma$ = G'G, Fig. 29*; lege die Scale ED, Fig. 98, so an, daß der Nullpunct an die Linie y'y und B_2 in den Punct σ zu liegen kommt; dann ziehe man Parallelen mit yy' durch die Theilpuncte von derselben Nummer, wie sie bei Bestimmung der Linien $v_1 u_1'$, $v_2 u_2'$ .... in Fig. 61 gewählt waren (für Fig. 29 sind sie 10°, 20°, 30° ....), und so sind denn die Puncte u_1', u_2', u_3' .... in der Lagerfuge gefunden.

92. — Wenn die Linie $\alpha\alpha'$ nach dem Theilstriche, 49° 36' 18" (oder 49,6) der, wie Fig. 61 angelegten Scale gezogen worden ist, so muß cg = r = dem Halbmesser des Intrados genommen und gg' normal auf hc, welche sie in g' schneidet, Fig. 29*, gemacht werden, dann ist gg' = r Tg Ω. In

Fig. 29 mache $n\varrho' = gg'$, Fig. 29*, und lege die Scale **ED**, Fig. 98, so, daß Null an die Linie yy' und **B**, auf den Pnnct ϱ' zu liegen kommt.

Man zieht dann, wie oben, Parallelen mit yy', wodurch sich die Puncte $u_1', u_2', u_3' \ldots$ bestimmen.

Wenn die in diesem und dem vorhergehenden §. beschriebenen Operationen genau ausgeführt werden, so werden die Resultate stets identisch sein; bei den letztern kann indeß ein Fehler leichter entstehen, als bei der erstern.

93. — Die Curve **fte**, in Fig. 32, ist die Lagerfuge auf den Fall anwendbar, wo der Normalschnitt des Intrados, Fig. 18, al'e ein Bogen von zweimal 53° 8′ ist. Es möchte hier bequem scheinen, die Methode des §. 92 anzuwenden und **tn** einem Bogen gleich zu machen, der einen Winkel von 49° 35′ 18″ an dem Mittelpunct eines Kreises vom Radius **Oa**, Fig. 33, zugehört; indessen ist die Methode (§. 91), Fig. 29, in diesem Falle vorzuziehen.

94. — Die Gleichungen der horizontalen Projectionen von den Lagerfugen sind:

$$x = -r \operatorname{Sin} \theta; \quad y = -r \operatorname{Tg} \Omega \log_e \operatorname{Tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right).$$

Man ziehe die Linien yy', xx', unter rechtem Winkel sich in t' schneidend, nehme $t'x = t'x' = aO = Oe$, Fig. 3, und ziehe durch x und x' Parallelen mit yy'. Nun lege man die Sinusscale **FG** dergestalt an, daß der Nullpunct an $t'y'$ und 90° an $x'W$ zu liegen kommt und ziehe aus den Theilungen 10°, 20°, 30° .... Parallen mit yy'; auch müssen die Linien $\alpha\alpha'$ oder $\beta\beta'$ durch die mit C_1 oder C_2, Fig. 99, bezeichneten Theilpuncte gezogen werden. Man mache ferner $n'\varrho = gg'$, Fig. 29*, lege den Punct B_1, der Scale **DE** Fig. 98, an den Punct ϱ und bewirke, daß Null auf xx' falle, ziehe durch die Puncte 10°, 20°, 30° .... Parallelen mit xx' und bestimme so die Puncte $o_1 o_2 o_3 \ldots$. Oder man kann $\nu\sigma$ gleich GG', Fig. 29*, machen und dann den Punct B_2 der Scale, Fig. 98, auf σ legen, während der Nullpunct der Scale auf xx' fällt.

95. — Die Projection derselben Curve auf eine den Widerlagen parallelen Verticalebene wird leicht erhalten bei Anwendung der Methode nach Fig. 31, wo **IH** die Scale der Cosinus, Fig. 100, $n\varrho = n\varrho' = gg'$, Fig. 29*, und $\nu\sigma = GG'$ ist.

96. — Die bequemste Methode, die Projection der Lagerfuge auf einer Verticalebene, welche die Horizontalebene xy in **WV** scheidet, zu finden, ist folgende:

Nachdem man die Projectionen der correspondirenden Puncte $o_7 o_6 o_5 \ldots$, $r_7 r_6 r_5 \ldots$, Fig. 30 und 31, erhalten hat, fälle man aus $o_7 o_6 o_5 \ldots$ Senkrechte auf **VW**, Fig. 30; alsdann wird $n_7 r_7$, $n_6 r_6$, $n_5 r_5 \ldots$, Fig. 31, die Höhen der beziehlichen Puncte $n_7 s_7$, $n_6 s_6$, $n_5 s_5 \ldots$ über **WV** geben, womit die Puncte $s_7 s_6 s_5$ in der verlangten Curve gefunden sind.

97. — Die Extradosal-Lagerfuge $A_1 t A_2$ kann entweder nach Vorschrift §. 85, oder sie kann unabhängig in der gleichen Weise wie $a_1 t a_2$ (§. 91) gefunden werden. In diesem Falle muß ty' gleich sein dem Bogen **A′L′**, Fig. 3, und **tn** muß gleich einem Bogen von 74° 35′ 8″ vom Radius **R** genommen werden.

98. — In Fig. 32 ist **ac** dieselbe Abwickelung des Intrados, wie in Fig. 18, und **fe** ist die Lagerfuge. In Fig. 32* ist **ft′e** die Projection der Lagerfuge auf eine Horizontalebene und $r_3'le$, Figur 33, die Projection derselben Curve auf einer den Widerlagen parallelen Ebene.

99. — Nach Entwickelung der Curven a_1ta_2 und A_1tA_2 muß man die Theile der Schablonen (Lehrbreter) sehr genau nach denselben formen.

In Fig. 34 ist **bc** die Abwickelung des Intrados und .... $a_{17}u_{17}$, $a_{16}u_{16}$ ꝛc. sind alles Curven, die mit a_1ta_2, Fig. 29, identisch und in Bezug auf die Linie **lm** gleichliegend sind. So sind auch die Lagerfugen .... $v_{17}b_{17}$, $v_{16}b_{16}$, Fig. 40, der Form nach identisch mit der Curve A_1tA_2, Fig. 29 und gleichliegend in Bezug auf **LM**. Wenn die correspondirenden Lagerfugen der Intrados und Extrados, Fig. 34 und 40, gezeichnet sind, so werden die Curven die Linien **lm**, **LM** oder deren Verlängerungen in einigen Puncten q, Q schneiden, so daß qm = **QM**.

100. — Der Grundriß **eca**, Fig. 35, ist derselbe, der in Fig. 4 dargestellt ist, und **amc**, Fig. 36, ist die Projection des Ansichtsbogens über **aOc** auf einer Verticalebene, welche parallel der Cylinderachse oder parallel den Widerlagen der Brücke ist.

Nimmt man an, daß $a_1a_2a_3$ ...., Fig. 34, Puncte sind, in denen die Lagerfugen die Stirnspirale **amc** durchsetzen, und man zieht durch diese Puncte $a_1a_1'\alpha_1\gamma$, $a_2a_2'\alpha_2\gamma_2$ ... parallel mit **cc**, welche **ca**, Fig. 35, in $a_1'a_2'$ und die Ellipse, Fig. 36, in $\alpha_1\alpha_2$ .... schneiden: so ist offenbar, daß, wenn man sich die Abwickelung **bc** um die Kante **dc** gedreht und um den Cylinder, Fig. 35, gewickelt denkt, **amc**, Fig. 34, in der Verticalebene durch **cOa**, Fig. 35, liegen wird.

101. — Die Projection von **mu** wird **uO** sein; auch werden $a_1'a_2'a_3'$ .... dann die Projectionen von $a_1a_2a_3$ ..... auf der Horizontalebene und $\alpha_1\alpha_2\alpha_3$ .... die auf der Verticalebene sein, die parallel **dc** liegt.

Wenn man daher in Fig. 38, $Oa_3' = Oa_3'$ in Fig. 35 macht, eine Normale a_3a_3' errichtet und sie gleich $a_3\gamma_3$ in Fig. 36 macht, so wird der Punct a_3 der Punct des Aufrisses, Fig. 53, sein, der mit a_3 in der Abwickelung, Fig. 34, correspondirt und so auch bei jedem andern Puncte.

Die Figuren 40, 41, 42 und 43 beziehen sich auf den Extrados und sind genau von derselben Art, wie Fig. 34, 35, 36 und 38.

102. — Eine andere Methode ist die folgende: Man beschreibe mit den halben großen und kleinen Achsen der Ellipse **alc**, Fig. 49, Kreisbogen **dc**, **ma**, Fig. 37; ziehe durch $a_1a_2a_3$ .... Linien, wie in Fig. 39, parallel **lm**, lege die Scale der gleichen Theilung **EF** in der angezeichneten Weise an, und setze, nach Lesung der Theilstriche der Scale, wo jene Linien die Kante treffen, die correspondirenden Winkel in Fig. 37 fest, indem **Om** die Linie ist, von der aus die Winkel gemessen werden. Angenommen, die mit a_6 in Fig. 39 correspondirenden Ablesungen sind die, welche die Anzahl der Grade in dOs_6, Fig. 37, angeben, und Os_6 schneide die Kreise **dc**, **ma** in s_6 und r_6; so ziehe man s_6a_6 parallel **dO** und r_6a_6 rechtwinklich **dO**, indem sie s_6a_6 in a_6 schneidet; dann hat man in a_6 den Punct des Aufrisses, der mit a_6 der Abwickelung, Fig. 34, correspondirt. Man vergleiche damit die Figg. 56 u. 57.

103. — Die Puncte $a_1a_2a_3$ des Aufrisses werden noch genauer auf folgende Weise bestimmt: In Fig. 38 beschreibe man die Kreisbogen, wie in Fig. 37, zeichne auch den elliptischen Quadrant **mc** und construire die Winkel dOs_9, dOs_8.... Nun wissen wir, daß die gesuchten Puncte in der Ellipse **mc** liegen müssen. Deßhalb ist es hinreichend, mit **dO** Parallelen durch die Puncte $s_9s_8s_7$ ... zu legen und damit die Ellipse in $a_9a_8a_7$ .... zu schneiden. Oder man ziehe Linien durch $r_9r_8r_7$ ...., parallel **Oc**, welche ebenfalls die Ellipse **mc** in den gesuchten Puncten $a_9a_8a_7$ .... schneiden. Das Letztere giebt genauere Resultate in der Nähe von **ac** und das erstere in der Nähe von **md**.

Genau dasselbe Verfahren kann man bei Aufsuchung der besondern Puncte $b_1 b_2 b_3 \ldots$, in dem Aufriß, Fig. 43, innehalten, indem diese mit $b_1 b_2 b_3 \ldots$ Fig. 40, correspondiren; $b_5 n_5 = M\varrho_5$, $b_6 n_6 = M\varrho_6 \ldots$

Die Fugen $b_1 a_1$, $b_2 a_2$, $b_3 a_3 \ldots$ in dem Ansichtsbogen Fig. 53, convergiren nicht in einem Puncte, aber sie sind völlig genau normal der Ellipse **a l c** in den Puncten, wo sie diese durchsetzen.

Die beschriebenen Methoden, Puncte des Aufrisses zu finden, die mit Puncten der Abwickelungen correspondiren, sind offenbar in allen Fällen der Constrnction von schiefen Brücken anwendbar.

104. — Nachdem wir Methoden zu Auffindung der Lagerfugen und deren Projectionen in verschiedenen Ebenen gegeben haben, wollen wir nun auch die eigenthümliche Gestaltung betrachten, die den Bogensteinen bei der Construction von wagerechten schiefen Brücken gegeben werden muß. Die Streifen zu den Windungsflächen (winding-strips), Fig. 78, 79 und 80, können nicht mehr gebraucht werden. In diesem Falle ist es rathsam, zuerst die cylindrische Fläche zu bearbeiten, wobei die beziehliche Form von $\alpha\beta\gamma\delta$, Fig. 86, aus der Abwickelung, Fig. 34, entnommen werden kann. Die Bogenschmiege **gfe** wird nach Vorschrift (§. 63), Fig. 86, angelegt. Will man so die Lager $a\beta$, $c\delta$ erhalten, nehme man ein gemeines Winkelmaß der Maurer **DEF**, Fig. 96, lege den Schenkel **DE** längs einer der Erzeugungslinien des Cylinders und ziehe dann die Normale $a_6 n_6$. Die Linien αa, βb, γc, δd werden in der Weise, wie in Fig. 86, gefunden.

Die Enden der Steine müssen so geformt werden, daß, wenn $\beta r, = \delta q$, die Gerade **rq**, welche die Puncte r und q verbindet, in der Oberfläche des Steins liegt.

105. — Zu dem Zwecke, die Form der Kopfsteine zu bestimmen, muß die vollständige Abwickelung, von welcher **LPC** und **Lpc** Hälften sind, Fig. 56, wie in §. 69 beschrieben, gezeichnet werden; aber anstatt der Geraden αp, und α**P**, hat man die Lagerfugen **ta**, **tA**, Fig. 29, correspondirend mit jeder der Fugen in **ac** und **AC**, Fig. 40, zu zeichnen.

Durch den Punct p, Fig. 56, wo die Intradosal-Lagerfuge den Intrados trifft, ziehe **pn** parallel **LE**, womit die Extradosal-Lagerfuge α**P** oder deren Verlängerung in n geschnitten wird. Dann, angenommen, **ad** sei ein Kopfstein, der, seinen Seiten αc, γd, βa und $\gamma\beta$ nach, dem abgewogenen System anpassend geformt sei, und daß die beiden Puncte a_{22} und a_{21} gebildet worden sind: ziehe man die Normalen $a_{22} n_{22}$, $a_{21} n_{21}$, und wenn man voraussetzt, daß p in **Lc** der Punct a_{22} ist, dann wird **P** der Punct b_{22} und **Pn** die Länge von $n_{22} b_{22}$ auf der Extradosal-Lagerfuge **cd** gemessen sein. Es sind dann drei Puncte, a_{21}, a_{22} und b_{22} in der Ansichtsebene des Bogensteins bekannt.

106. — Es ist keinem Zweifel unterworfen, daß die abgewogenen über die spiralen Schichten bei einer schiefen Brücke den Vorrang verdienen, wenn, vorausgesetzt, die Bogensteine mit g l e i c h e r Genauigkeit gearbeitet werden. Prüft man Fig. 50, so zeigt sich, daß die Schichten in einem Winkel φ mit dem Horizont, unmittelbar über dem Mauerlager **dc**, geneigt sind, während der Theil des Bogens beinahe vertical ist: andererseits aber, auf eine abgewogene Brücke unter gleichen Umständen angewendet, Fig. 54, streben die Lagen in die Horizontallinie überzugehen. Bei dem abgewogenen System findet sich jedoch ebenfalls eine große Schwierigkeit in Anordnung der Lagen in der Nähe der spitzen Winkel in **a** und **d** der Widerlagen, indem sie sehr viel an Dicke verlieren.

Aus dieser Ursache scheint es, sowohl bei den Spiral- als wagerechten Systemen, rathsam, Bogen zu vermeiden, die Halbkreise zu ihrem geraden Durchschnitt haben; indessen lassen die letztern mehr Annäherung an den Halbcylinder, als die erstern zu.

107. — Hr. Chapman erbauete im Jahr 1787 schiefe Brücken in Irland, sein System scheint aber von den obigen verschieden gewesen zu sein. Die Lagerfugen weichen unbedeutend aber von geraden Linie ab; indessen, wenn a h rechtwinklich an die Tangente der Stirnspirale in m, Fig. 8, gezogen und die Lagerfugen parallel mit a h gelegt werden, so würde damit eine Annäherung an Chapman's System erfolgen. Die Folge würde aber sein, daß φ, der Winkel des Intrados, von 23° auf 40° anwüchse, und das Uebel, Schichten im verticalen Theile des Bogens zu haben, Fig. 50, die sich dem Horizonte zuneigen, würde sich noch weit mehr herausstellen. Wenn dagegen der Normalschnitt ein Segment, wie in Fig. 18, ist, so wird die Differenz bei weitem weniger von Bedeutung. Chapman hat seine Methode in einem Artikel: „schiefe Brücken," welcher der Rees'schen Encyklopädie einverleibt ist, beschrieben. —

Das Werkzeug, Fig. 69, besteht in einem leichten Rahmen mit Löchern bbb..., in welche eine Anzahl runder Pflöcke aaa... von gleicher Länge eingesteckt und in jeder Stellung festgehalten werden kann. Wenn nun (bb) auf die Stelle gelegt wird, den ein Bogenstein einnehmen soll, und die Pflöcke so festgestellt werden, daß jedes deren Enden einer Seite auf das Lager des bereits gelegten Steins auftrifft, dann sind die entgegengesetzten Enden der Pflöcke (a) Puncte in der Fläche, die das Lager des Gewölbsteins bilden muß, welches die Lage (bb) einnehmen soll.

Fig. 55 ist ein Grundriß zu den Figuren 49 und 50. Die Curven $\alpha_6 a_6$, $\alpha_7 a_7$.... werden nach einer Schablone gezeichnet, die genau nach a t h, Fig. 17, geformt ist, und $\alpha_6 \alpha_7 \alpha_8$.... sind die horizontalen Projectionen von $\alpha_6 \alpha_7 \alpha_8$, Fig. 50. Für den Grundriß der Intradosal-Lagerfugen, Fig. 51 und 52, ist die Curve a t h, Fig. 24, und für Fig. 53 und 54 die Curve $\sigma' t' \sigma$, Fig. 30, zu benutzen.

Dritter Theil.

Von der Construction schräger Enden an geraden Bögen.

108. — Es ereignet sich zuweilen, daß, obschon die beiden Ansichtsbogen einer Brücke Verticalflächen, diese dennoch nicht parallel sind und folglich sich verlängert in einer geraden Linie schneiden werden, wie in den Grundrissen Fig. 72 und 76.

Fig. 75 ist der Grundriß einer Brücke mit schrägen Enden; der Bogen über a′c′d′b′ wird genau wie jeder andere gerade Bogen gewölbt; aber über c′a′, d′b′ hinaus setzen die Lagen in Curven fort, wie man in dem Grundrisse sieht.

Die Methode, nach welcher man diese Linien erhält, ist folgende: Man verlängere c′a′, b′d′, welche als rechtwinklich auf die Achse der Soffite angenommen sind, bis sie die Verlängerung von ca und bd in X und X′ schneiden, und setze $a'X = d'X' = d$. Man denke sich eine Verticalebene, die irgend wie durch X geht und die Soffite über aca′c′ durchschneidet, und nehme an, daß die Intradosal-Lagerfugen so geordnet sind, daß sie alle diese Ebene im Grundriß und an der Soffite rechtwinklich durchdringen.

109. — Wenn y′x und y′y die Achsen von X und Y sind, so sind die Gleichungen der Abwickelungen $a_3 t_3 \beta_3$

$$Y = r\theta,\quad X = r \operatorname{Ctg} \Omega \operatorname{Sin vers} \theta + a_0 a_3 \quad (\S.\ 39),$$
$$= r \operatorname{Ctg} \Omega \operatorname{Sin vers} \theta + d \operatorname{Ctg} \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Setzt man $x = f(x)$ *) sei die Gleichung für eine Lagerfuge in der Abwickelung der Soffite, welche $a_3 t_3$ in xy schneide, dann muß in diesem Durchschnittspuncte

*) Für den Mathematiker braucht nicht bemerkt zu werden, daß der Ausdruck f(x) soviel sagt, als „Function von x“. Uebrigens ist diese nach höherer Analyse ausgeführte Erläuterung nicht für den bloßen Praktiker bestimmt.

Der Uebers.

$$y = Y,\; x = X \text{ und } \frac{dy}{dx} = \frac{dY}{dX} = \frac{-\, r\,\mathrm{Ctg}\,\Omega\,\mathrm{Sin}\frac{Y}{r}}{r} = -\frac{x\,\mathrm{Sin}\,\frac{y}{r}}{r\,\mathrm{Svers}\,\frac{y}{r} + d}$$

sein, woraus

$$x\,\frac{dx}{dy} = -\,\frac{r\,\mathrm{Svers}\,\frac{y}{r} + d}{\mathrm{Sin}\,\frac{y}{r}};$$

und integrirt hat man

$$\tfrac{1}{2}x^2 + C = -\,r\int_y \frac{\mathrm{Sin}\,\frac{y}{2r}}{\cos\frac{y}{2r}} - \frac{d}{2}\int_y \frac{\sec^2\frac{y}{2r}}{\mathrm{Tg}\,\frac{y}{2r}}$$

$$= 2\,r^2\,\log_e \mathrm{Cos}\,\frac{y}{2r} - r\,d\,\log_e \mathrm{Tg}\,\frac{y}{2r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14).$$

Wird angenommen, daß $y = r\,\theta$, wie vorher, so ergeben sich die Gleichungen für die Lagerfuge unter der Form

$$y = r\theta,\; \tfrac{1}{2}x^2 + C = 2r^2\,\log_e \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - r\,d\,\log_e \mathrm{Tg}\,\frac{\theta}{2} \quad \ldots\ldots \quad (15).$$

110. — Nun können eine unendliche Menge Curven (15) gelegt werden, die (13) für alle Werthe von Ω in rechten Winkeln schneiden. Wenden wir vor der Hand unsere Betrachtung auf die Lagerfuge $g g_1 g_2$ und setzen $y'g = y = r\alpha$, dann ist nothwendig $x = o$ und wir erhalten

$$o + \mathrm{Const} = 2r^2\,\log_e \mathrm{Cos}\,\frac{\alpha}{2} - r\,d\,\log_e \mathrm{Tg}\,\frac{\alpha}{2},$$

woraus die Constante bestimmt wird; und die gesuchte Gleichung wird nun

$$x^2 = \left(4\,r^2\,\log_e \mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - 2\,r\,d\log_e \mathrm{Tg}\frac{\theta}{2}\right) - \left(4\,r^2\,\log_e \mathrm{Cos}\,\frac{\alpha}{2} - 2\,r\,d\,\log_e \mathrm{Tg}\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$= \frac{4r^2}{\log_{10} e}\left[\left(L_{10}\mathrm{Cos}\,\frac{\theta}{2} - \frac{d}{2r}L_{10}\mathrm{Tg}\frac{\theta}{2}\right) - \left(L_{10}\mathrm{Cos}\,\frac{\alpha}{2} - \frac{d}{2r}L_{10}\mathrm{Tg}\,\frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

oder $$x^2 = \frac{4r^2}{.4343}\left\{ f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

und $y = r\,\theta$,

wo θ und α irgend einen Werth zwischen o und π haben können, und dann sind o und $\frac{\pi}{2}$ die Grenzen von $\frac{\theta}{2}$ und $\frac{\alpha}{2}$. In (16) ist α, daher $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ constant für eine gegebene Lagerfuge $g g_1 g_2 \cdots$ und so, daß $r\alpha$ gleich der Distanz $y'g$, in welcher die Lagerfuge den Normalschnitt der Soffite mit der durch X gehenden Ebene durchdringt.

111. — Die Werthe von x in der Gleichung (16) können nicht nach den Methoden von Figur 29 bestimmt werden und die Ausführung der Berechnung hat einige Schwierigkeiten. Es ist zum wenigsten angemessen, zu bemerken, daß es nach der Natur der Gleichungen (16) offenbar ist, daß, wenn einmal eine der Abwickelung $a_0 a c c'$ Fig. 70 gleich aufgetragen und gravirt ist, diese dann bei allen Brücken gebraucht werden könne, wo $\frac{d}{r}$ ein constanter Ausdruck ist. Eine solche Platte kann sehr verschiedene

Lagerfugen aufnehmen, die, mit einer Neutraltinte gedruckt, nebst den Abwickelungen $\alpha_1\beta_1$, $\alpha_2\beta_2$, $\alpha_3\beta_3$ ...., correspondiren mit den Durchschnitten der Soffite mittelst Verticalebenen, welche durch $\alpha_1\beta_1$, $\alpha_2\beta_2$ .... gehen. Man würde dann nur die Linien, welche für irgend eine besondere Brücke verlangt werden, mit Schwarz darüber zu zeichnen haben. $tc = ty' = r\frac{\pi}{2}$ = dem Bogen, der einem Mittelpunctswinkel von 90° eines Kreises vom Radius r angehört. Wenn der Normalschnitt des beziehlichen Bogens segmental ist, so nehme man $t\alpha' = t\gamma' = \frac{1}{2}$ des Bogens, welcher dem Winkel **aOe**, Fig. 18, am Mittelpuncte des Normalschnitts vom Radius **Xy'**, Fig. 70, angehört, und ziehe durch α', γ' Parallelen $\alpha'\alpha$, $\gamma'\gamma$ mit **lm**, welche die Abwickelung correspondirend mit der gegebenen Größe der Neigung in α, γ treffen. Es ist dann $\alpha'\alpha\gamma\gamma'$ die gesuchte Abwickelung, und die bereits gezeichneten Lagerfugen sind völlig gültig für diesen, wie für jeden andern Fall, bei welchem $\frac{r}{d}$ constant bleibt.

$r'r''$ ist gleich dem Radius r, der in Fig. 70 gebraucht worden, und die ganze Abwickelung $\gamma'\gamma\alpha\alpha'$ kann auf irgend eine Weise vergrößert oder verkleinert werden, wie man bei Reductionen von Plänen gewöhnlich verfährt.

112. — Wenn die Abwickelung, Fig. 57, von einer besondern Cylinderfläche vom Radius r genommen ist, so daß **lm** in einer Verticalebene liegt, die durch die Achse des Cylinders geht, dann werden die Gleichungen für die Lagerfuge sein

$$y = r\,\mathrm{Svers}\,\theta,\ z = r\,\mathrm{Sin}\,\theta,\ \text{und}\ x = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \ldots \quad (17),$$

wo die Achse von x der Durchschnitt der Cylinderebene mit der Horizontalebene ist, die durch deren Achse geht; die Achse von y ist rechtwinklich auf diese Horizontalebene und die Achse von z ist vertical.

Die Gleichungen für die Projection der Lagerfuge in (17) auf eine horizontale Ebene, sind

$$y = r\,\mathrm{Svers}\,\theta;\ x = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)},\ \text{Fig. 73} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

und auf einer mit den Widerlagen oder mit der Ebene **yz** parallelen Verticalebene

$$z = r\,\mathrm{Sin}\,\theta,\ x = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19).$$

113. — Die Gleichungen für die Extradosal-Spirale, die mit (17) correspondirt, wird offenbar sein

$$Y = R\,\mathrm{Sinvers}\,\theta,\ Z = R\,\mathrm{Sin}\,\theta,\ X = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \ldots \quad (20).$$

Die Gleichungen der Projection dieser Curve auf die Horizontalebene **XY** sind

$$Y = R\,\mathrm{Svers}\,\theta,\ X = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21),$$

und auf der mit den Widerlagen parallelen Ebene

$$Z = R\,\mathrm{Sin}\,\theta,\quad X = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22).$$

Die Gleichungen von der obigen Extradosal-Lagerfuge, wenn **A'A**, **A'C**, Fig. 71, die Achsen von **X** und **Y**, und **R** der Radius des Extrados, sind

$$Y = R\theta,\ X = 3{,}035\,r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - f\left(\frac{\alpha}{2}\right)},\ \text{Fig. 71} \quad \ldots\ldots \quad (23).$$

114. — Nimmt man an, α habe einen bestimmten Werth, beziehlich auf alle vorhergehende Gleichungen für dieselbe Lagerfuge, so daß

$\frac{\alpha}{2} = 85°$; $r\alpha = y'g$, Fig. 70, und $R\alpha = A'G$, Fig. 71, und die Gleichungen 17 u. 20 die Gleichungen für die correspondirenden Intradosal- und Extradosal-Lagerfugen $gg_1g_2g_5$ und $GG_1G_2G_5$ sind. Wenn wir beiläufig θ dieselben Werthe in den Gleichungen (17) und (20) beilegen, so werden wir haben $x = X$ und werden die Coordinaten von den gleichzeitigen Stellungen von p_0 und P_0, Fig. 9* (§. 83), in den Abwickelungen, Fig. 70 und 71, erhalten.

115. — Gesetzt, ac, AC seien die Intradosal- und Extradosal-Stirnspiralen einer schiefen Brücke und g_1g_5, G_1G_5 correspondirende Lagerfugen. Man ziehe durch g_5 mit cX die Parallele g_5n; desgleichen in Fig. 71, ziehe $G_5'N$ parallel C'X, so daß $tn = TN$; dann wird $G_5'G_5'$ die Länge $n_{22}b_{22}$ sein, gemessen, wie in Fig. 85, bei der Bildung des Kopfsteins.

116. — Zieht man Gerade $\tau\sigma\varrho$ parallel cX und nimmt die Puncte τ so an, daß $\varrho\tau : \varrho\sigma = R : r$, Fig. 70, so werden die Puncte τ Puncte der Extradosal-Lagerfuge sein, die mit σ der Intradosal-Lagerfuge correspondiren. Es ist in diesem Fall angemessen a_0x, die Achse von x, lieber, als lm, zu nehmen, wie wir in frühern Fällen gethan haben.

Die Werthe von $\frac{\alpha}{2}$ werden passend längs y'c, A'C, Fig. 70, 71 und 73, der Originalzeichnung beigeschrieben, bei praktischer Ausführung wird aber die Graduirung BB' gebraucht. Ist, z. B., in der Aufgabe, Fig. 18, der Winkel $aOl' = 53°8'$, so müssen durch die beziehlichen Theilpuncte der Columne BB' in Fig. 70, 71 und 73 Parallelen $\gamma'\gamma$, $\alpha'\alpha$ mit lm gezogen werden. In dem obigen Beispiele wird ebenfalls angenommen, daß die Enden unter einem Winkel $\Omega = 50°$ abweichen, daher ist $a'\alpha\gamma\gamma'$ die Abwickelung des Intrados eines Bogens vom Radius r'r''. Fig. 74 stellt dieselbe Zeichnung nach dem Verhältniß r' r'' (Fig. 70) : $r_1'r_1''$ (Fig. 74*) reducirt dar.

117. — Man substituire in der Gleichung (16)

$$f\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } L_{10} \operatorname{Cos}\frac{\theta}{2} - \frac{d}{2r} L_{10} \operatorname{Tg}\frac{\theta}{2}.$$

In den Figuren auf Tafel XI wurde d gleich r oder daß $Xa' = a't'$, Fig. 73, vorausgesetzt. Es ist klar, daß, wenn man für eine gegebene Abweichung den Werth von d oder Xa' kleiner nimmt, um so geringer die Größe der schiefen Wölbung sein wird; verringert man aber d zu viel, dann werden die Gewölbsteine in der Nähe von aa_0 unfähig, den auf ihnen lastenden Druck zu tragen. Die Abwickelungen $\alpha_0a_4\beta_4c$, Fig. 70, und a'acc', Fig. 74, sind dem nämlichen Grundrisse, Fig. 4, angepaßt, aber der Normalschnitt der Soffite ist im erstern Falle der Halbkreis ale, in dem letztern das Bogenstück al'e, Fig. 18, welches einem Winkel in O gleich 2(53°8') zugehört.

Bei'm Wachsen des Radius wächs't auch die tragende Fläche auf dem stumpfen Widerlager, in Folge dessen ist a'a, Fig. 74, größer denn a_0a_4, Fig. 70.

118. — Bei Ausführung der numerischen Berechnung von

$$f\left(\frac{\theta}{2}\right) = L_{10} \operatorname{Cos}\frac{\theta}{2} - \tfrac{1}{2} L_{10} \operatorname{Tg}\frac{\theta}{2},$$

war $\frac{\theta}{2}$ nach einander gleich 1°, 2°, 3° .... 89° genommen, und die Werthe von f(1°), f(2°), f(3°) .... f(89°) waren leicht mit Hülfe logarithmischer Tafeln, zu gleicher Zeit auch die Werthe von $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

gefunden. Nehmen wir jetzt an, daß $\frac{\alpha}{2} = 85^\circ$, und dann $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = f(85^\circ) = 3.4112$ berechnet, und daß dieser Werth constant für jeden Punct in $g g_1 g_2 g_5$ sei, so sind die beziehlichen Gleichungen

$$y = r\theta, \quad x = 3{,}035\ r\sqrt{f\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3{,}4112.}$$

Und wenn man irgend einen Werth (83°) für $\frac{\theta}{2}$ setzt,

$$y = 2r \times \text{der Bogenlänge von } 83^\circ = 2r\theta, \text{ und}$$

$$f\left(\frac{\theta}{2}\right) = f(83^\circ) = 3{,}6305, \text{ wie bereits berechnet.}$$

Daher ist

$$x = 3{,}035\ r\sqrt{3{,}6305 - 3{,}4112} = 3{,}035\ r\sqrt{.2193}.$$

Stellt man $\frac{\theta}{2}$ andere Werthe unter, so werden auch andere Puncte in der Lagerfuge $g g_5$ gefunden.

119. — Es ist offenbar, daß die vorhergehende Methode zu Bestimmung der Lagerfugen auf Brücken anwendbar ist, die nach den Grundrissen, Fig. 72 u. 76, angelegt werden sollen.

120. — Die Abwickelung der Soffite nach dem Grundrisse, Fig. 72, würde die Form erhalten $\beta_1 a_1 a_4 \beta_4$, Fig. 70. Gesetzt, es sei ein allgemeiner Plan, Fig. 70, in großem Maßstab gemacht, und würde verlangt, denselben einem besondern Fall anzupassen, wo die Abweichung $= \Omega$ gegeben wäre: so ziehe man aus X die Linie $X a_4$ unter einem Winkel $90^\circ - \Omega$ mit $X a_0$ und construire dann die Abwickelung $a_4 t_4 \beta_4$ auf dem gewöhnlichen Wege, wenn sie nicht bereits in der Zeichnung entworfen ist.

Wenn der Normalschnitt ein Halbkreis ist, so ist $B' a_4 \beta_4 B$ die gesuchte Abwickelung. Wenn anderseits $\alpha'\alpha, \gamma\gamma'$ durch die Theilung von BB' gezogen werden muß, die mit der Anzahl der Grade in der Hälfte des Winkels des rechtwinklichen Sectors aOe correspondirt, Fig. 18, dann wird die Abwickelung $\gamma'\gamma\alpha\alpha'$ mit einer solchen Scale gezeichnet, daß $y'X$ die Länge des Radius vom Normalschnitt des Bogens ist.

Die Zeichnung $\alpha'\alpha\gamma\gamma'$ und deren Lagerfugen können vergrößert werden, oder es kann ihnen ein geeigneter Maßstab angelegt werden. Aus der Methode, nach welcher die Lagerfugen gezeichnet worden, geht hervor, daß es von geringem Einfluß auf die Stabilität der Brücke ist, ob der Bogen bei $a_2 t_2 \beta_2$ oder bei $a_4 t_4 \beta_4$ geschlossen wird, weil $\beta_2 a_2 a_4 \beta_4$ von sich selbst steht.

Anhang.

121. — Wir wollen noch etliche Eigenschaften der Ellipse, welche dem Zeichner zuweilen von Nutzen sein werden, in dem Nachstehenden bemerken.

In Fig. 27 seien **AA′**, **BB′** die große und die kleine Achse der Ellipse und **O** ihr Mittelpunct. Man beschreibe mit dem Halbmesser **OA** oder **OA′** aus **B** einen Bogen, der **AA′** in s, s′ schneidet: diese beiden Puncte sind die Brennpuncte der Ellipse. Mit dem Radius **Ap** aus **s** und mit dem Radius **A′p** aus **s′** beschreibe Bögen, die sich in **P** und **P′** schneiden werden. Dieses sind beides Puncte auf der elliptischen Curve, deren Achsen **AA′** und **BB′** sind. In gleicher Weise werden eine Anzahl Puncte gefunden, durch welche die Ellipse gezeichnet werden kann.

In Fig. 28 verbinde man **A′B** und ziehe **BG**, **A′I** normal **BA′** aus den Puncten **B**, **A′**, welche **AA′** in **G** und die Verlängerung von **BB′** in **I** schneiden werden.

Man erhält dadurch in **OG** den Krümmungsradius bei **A** und **A′**, und in **OI** den Radius der Krümmung in **B** und **B′**.

Man nehme an, **pb′**, **qa′** seien zwei unter rechten Winkeln in **O** sich schneidende Gerade, Fig. 46, und **pq** bewege sich so, daß der Punct **q** immer auf **a′q** und **p** auf **pb′** fortschreite. Es wird dann ein fester Punct **r** auf **pq** eine Ellipse beschreiben, dessen halbe große und kleine Achsen die Länge **pr** und **rq** sind.

Fig. 45 zeigt, auf welche Weise diese Eigenschaft in Anwendung gebracht werden kann, um in dem Ansichtsbogen einer Brücke eine gewisse Anzahlpuncte zu bestimmen. Das Lineal (e) liegt in der großen Achse **aa** und die Kante des materiellen Winkels (f) in der kleinen Achse, **pr** wird der Länge nach der halben kleinen Achse und **qr** der halben großen Achse gleichgemacht. Wird nun (g) so bewegt, daß die Enden **p** und **q** stets in Berührung mit dem Lineal (e) und dem materiellen Winkel (f) bleiben, so wird der angenommene Punct **r** während seiner Bewegung eine elliptische Linie beschreiben.

In Fig. 44* wird angenommen, die beiden festen Puncte **Q**, **P** in der Geraden **QPR** gehen in den Linien **AA′**, **BB′**, die sich rechtwinklich schneiden, fort. Irgend ein Punct **R** wird dann eine Ellipse durchlaufen, deren halbe Achsen **RP** und **RQ** sind. Dies ist das Princip der Ellipsencirkel (Ellipsographen). Die Methode nach Fig. 46 ist auf Ellipsen von geringerer Größe, als Fig. 44*, anwendbar, hat aber das Unbequeme, daß der Punct **r** immer oberhalb der Grundlinie des Instruments sein will. Sollen daher ganze kleine Ellipsen construirt werden, so umgeht man diese Schwierigkeit durch Anwendung der Methoden nach Fig. 47 und 48. Die Latte **CD** ist auf dem Reißboden unbeweglich befestigt und $\alpha\beta'$, $\gamma\delta'$ sind Parallelogramme; folglich ist $\mathbf{P}\gamma'$ stets parallel **CD**. Der Punct **P** auf $\gamma'\mathbf{P}$ wird veranlaßt, die Ellipse **ab′a′b** zu beschreiben, wenn er an dem festen Puncte **P** auf **pq**, Fig. 48, angelegt wird. Folglich wird ein anderer Punct **P′** in $\gamma'\delta'$ eine andere gleiche und ähnlich liegende Ellipse **aa′**, Fig. 47, aufzeichnen.

In Fig. 44 nehme man **OA**, **OB** als halbe große und kleine Achse einer Ellipse; es sollen eine Anzahl Puncte in dieser gefunden werden.

Man beschreibe mit den Radien **OA**, **OB** aus **O** Kreise **AE**, **aB**. Durch **O** ziehe man eine Anzahl Gerade, deren eine, **Ors**, die beiden Kreise in **r** und **s** schneiden mag. Durch **r** und **s** lege man resp. Parallelen und Normalen mit **OA**, die dann in dem Durchschnitte **p** einen Punct der Ellipse bestimmen werden.

122. — Bei großen Ellipsen sind mechanische Aufzeichnungen nicht immer anwendbar, und man muß auf die theoretischen Sätze ihrer Constituirung zurückgehen; es wird daher hier passend sein, auf die Gleichungen der Ellipsen zu verweisen.

Die Ellipse ist eine Curve, bei welcher die Summe $MF + MF'$ des Abstandes jedes Punctes in ihr von zwei festen Puncten, den Brennpuncten **F** und **F'**, constant ist, Fig. 28*.

Man sieht, daß die Ellipse sich durch die Gleichung der focalen Coordinaten ausdrücken läßt. Setzt man die Radien vectores gleich den Veränderlichen ϱ und ϱ' in jedem Puncte der Curve und die constante Summe derselben $= 2a$, so ist folglich

$$\varrho + \varrho' = 2a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.)$$

123. — Die Abstände der Brennpuncte **F** und **F'** von den Scheiteln der Ellipse **A** und **A'** sind gleich, wie leicht zu erweisen.

124. — Die constante Summe $2a$ der Radien vect. ist gleich der großen Achse **A'A**. Denn weil **A** ein Punct der Ellipse ist, so ist (nach 1) $AF + AF' = 2a$, und da (§. 123) $A'F = AF'$, oder $AF = A'F'$, auch

$$AF' + A'F' = 2a.$$

126. — Nimmt man als coordinirte Achsen die große und kleine Achse der Curve, so hat man, wenn die große Achse $AA' = 2a$, und der Abstand der Brennpunct $FF' = 2c$, daher stets $2a > 2c$ oder $a > c$, folgende Relationen:

In den rechtwinklichen Dreiecken **MPF'** und **MPF** ist beziehlich

$$(MF')^2 \text{ oder } (\varrho')^2 = MP^2 + PF'^2 \text{ und}$$
$$MF^2 \text{ oder } \varrho^2 = MP^2 + PF^2.$$

Da

$$MP = y;\ PF' = OF' + OP = c + x,$$

so ist auch

$$PF'^2 = c^2 + x^2 + 2cx,$$

und $$PF = OF - OP = c - x;$$

daher $$PF^2 = c^2 + x^2 - 2cx.$$

Sustituirt man diese Werthe in die von ϱ^2 und ϱ'^2, so ergiebt sich

$$\varrho'^2 = y^2 + x^2 + c^2 + 2cx \text{ und } \varrho^2 = y^2 + x^2 + c^2 - 2cx \quad \ldots \quad (2).$$

Subtrahirt man die Gleichungen, so ist

$$\varrho'^2 - \varrho^2 = (\varrho' - \varrho) = 4cx,$$

woraus durch Depotenzirung folgt

$$\varrho' - \varrho = \frac{4cx}{\varrho' + \varrho} = \frac{4cx}{2a} = \frac{2cx}{a}.$$

Verbindet man hiermit die Gleichung (1), so kommt

$$2\varrho' = \frac{2cx}{a} + 2a,\quad \varrho' = \frac{cx}{a} + a$$

und folglich

$$\rho'^2 = \frac{c^2x^2}{a^2} + a^2 + 2cx$$

Durch Gleichsetzung dieses und des Werthes aus (2) hat man nach Beseitigung des Nenners

$$a^2y^2 + a^2x^2 + a^2c^2 + 2a^2cx = c^2x^2 + a^4 + 2a^2cx$$

$$a^2y^2 + x^2(a^2 - c^2) = a^2(a^2 - c^2).$$

Setzt man die constante Größe $a^2 - c^2 = b^2$, so ergiebt sich zur Gleichung der Curve

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2,$$

oder

$$y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2, \quad y = \pm\sqrt{b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2}.$$

Man sieht hieraus, daß einem Werthe von x stets zwei gleiche, aber entgegengesetzte, Werthe von y angehören, folglich die Curve in Bezug auf die Achse der x symmetrisch ist. Kehrt man $y = f(x)$ in $x = f(y)$ um, so muß sich zeigen, daß für einen nämlichen Werth von y ebenfalls zwei gleiche, aber entgegengesetzte, Werthe von x Statt finden und daher die Curve auch symmetrisch in Bezug auf die Achse der y ist.

126. — Setzt man $BF = BF'$, welches in den Endpuncten der kleinen Achse Statt findet, dann ist $BF = a$, und wenn $b = OB =$ der kleinen Achse, so folgt aus dem rechtwinklichen Dreieck BOF

$$b^2 = a^2 - c^2;$$

es ist also in der Gleichung der Ellipse die constante Größe b die halbe kleine Achse.

127. — Es mögen hier noch einige nützliche Sätze in Bezug auf die Ellipse folgen, deren Beweise leicht aufgefunden werden können.

a) Die Geraden BF, BF', welche die Enden der kleinen Achse mit den Brennpuncten verbinden, sind jede gleich der halben großen Achse a. (Vergleiche §. 126.)

b) Die Ellipse ist der geometrische Ort aller Puncte, deren zwei Radien vect. zusammen der großen Achse $= 2a$ sind.

c) Die große und die kleine Achse theilen jede die Ellipse in zwei gleiche und symmetrische Theile.

d) Der Mittelpunct der Ellipse macht die Mitte jedes Durchmessers.

e) Jeder Durchmesser einer Ellipse, der eine Sehne halbirt, theilt jede andere Sehne, die mit jener parallel ist, in zwei gleiche Theile.

f) Halbirt eine Linie den Winkel, den zwei Radien vect. in einem Puncte der Ellipse bilden, so ist diejenige Linie, die, normal auf jener Linie, durch diesen Punct geht, eine Tangente der Ellipse.

128. — Eine vollkommen biegsame Schnur, oder eine aus sehr kleinen Gliedern bestehende Kette bildet eine Kettenlinie, wenn man sie in zwei ihrer Puncte aufhängt. Besitzt die Schnur in allen ihren Theilen gleiches Gewicht, so ist die Curve eine gemeine Kettenlinie. Da diese Curve eine sehr kräftige, unter Umständen die kräftigste, für Wölbungen ist, so möge hier auf die Gleichungen derselben hingewiesen werden, ohne auf deren Entwickelung einzugehen, da dieses dem Plane dieser Schrift nicht entspricht *).

Unter der Voraussetzung, daß gleiche Theile des Bogens AM gleiches Gewicht haben, z. B., jeder Fuß = g Pfund, so ist das Gewicht V des Bogens, wenn v dessen Länge bezeichnet,

$$V = gv.$$

*) Dr. Gregory behauptet, daß, wenn Gewölbe nach andern krummen Linien sich tragen, dies nur geschieht, weil in ihrem Querschnitt irgend eine Kettenlinie (Catenarian) enthalten ist. P. Barlow nimmt dasselbe an von einer allgemeinen Curve, die er „Curve of equal Horizontal-Thrust" nennt, und die nach ihm jede Art einer Wölbung stabil macht, wenn sie sich in deren Querschnitt vorfindet.

Ferner kann man sich die Spannung **C** am Scheitel durch das Gewicht einer Kette (Seils) ausgedrückt denken, von welcher ebenfalls jeder Fuß g Pfund wiegt und bei der Länge c dieser Kette, deren Gewicht **C** Pfund beträgt, wird **C** = cg.

Die Länge v der Kettenlinie für jede gegebene Abscisse x, wenn c bekannt, ist

$$v = \pm \sqrt{2cx + x^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I.)$$

Aus den gegebenen Abscissen x finden sich die zugehörigen Ordinaten y, wenn c bekannt ist durch die Gleichung

$$y = + c \log_e \frac{c + x + \sqrt{2cx + x^2}}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II.)$$

Um aus y und c den Werth von x zu finden, dient die Gleichung

$$x = \tfrac{1}{2} c \left(e^{\frac{y}{c}} + e^{\frac{-y}{c}} - 2\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (III.)$$

(unter e bekanntlich die Basis (= 2.7182818 ...) des natürlichen logarithmischen Systems verstanden.)

Wenn die Länge v des zu einer Abscisse x gehörigen Bogens, nicht aber c bekannt ist, so ergiebt sich die Ordinate

$$y = \pm \frac{v^2 - x^2}{2x} \log_e \frac{v + x}{v - x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (IV.)$$

Die Gleichung zwischen der Ordinate y und dem zugehörigen Bogen v ist

$$y = c \log_e \frac{v + \sqrt{c^2 + v^2}}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (V.)$$

Die Anwendung dieser Gleichungen verlangt aber die Bekanntschaft von c und ist noch außerdem der Praxis schwierig anzupassen. Um die Gestalt eines gehörig im Gleichgewichte befindlichen Gewölbes nach der Kettenlinie zu bestimmen, wenn die Spannung, die Höhe und die Form der Fahrbahn gegeben sind, hat de la Hire folgendes practische Verfahren angegeben und zuerst ausgeführt:

Es sei die Weite **PP'**, die Höhe **EH** und die Lage der Fahrbahn **ADB** (in umgekehrter Figur), Fig. 19*, gegeben. In **PP'** wird eine Kette von angemessener Länge und gleichförmiger Dicke so aufgehängt, daß, wenn sie in die Gestalt der gemeinen Kettenlinie kommt, sie noch etwas unter dem tiefsten Puncte **H** durchgeht. Man theile die Sehne **PP'** in 20, 30 u. m. gleiche Theile 1, 2, 3 ..... und schneide die Curve **PHP'** senkrecht **PP'** in den Puncten 1', 2', 3' ....

Dann nehme man Stücke einer andern Kette mit ziemlich vielen Gliedern und gleichförmiger Stärke und hänge sie an die Puncte 1, 2, 3 .... der in **PP'** mit ihren Enden befestigten Kette. Man verändere die Länge jener Kettenstücke, bis ihre untersten Enden sämmtlich in die Linie der Fahrbahn **ADB** fallen; die längeren Stücke in der Gegend von **P, P'** werden diesen Theil der Kette senken, und dadurch veranlassen, daß der niedere Theil unter **H** sich aufwärts begiebt und den Punct **H** einnimmt. Nach Robinson muß eine dergleichen Curve noch einigen Modificationen unterzogen werden. Dies Gewölbe ist für eine Brücke nur dann im Gleichgewichte, wenn deren Belastung auf eine solche Art vertheilt ist, daß das Gewicht der Wölbsteine sich in dem Gewichte der Materie, welche auf die Füße und den Schluß drückt, wenigstens sehr nahe verhält, wie das Gewicht der Kette **PHP'** zu der Summe der Gewichte aller angehangenen Kettenstücke. Aber dieses Verhältniß ist nicht vorher bekannt, und man muß daher so verfahren: Man passe der auf diese Art erhaltenen Curve eine solche Stärke der Gewölbsteine an, die man zu Gewährung der Festigkeit für hinreichend hält, und berechne dann das Gewicht der Wölbsteine, des Sandes, der Hintermauerung ꝛc. bis zur Fahrbahn. Verhalten sich diese beiden Gewichte, wie die der zugehörigen Kettenstücke, so kann man die gefundene krumme Linie beibehalten; im entgegengesetzten Fall aber läßt sich leicht berechnen, wieviel zu jedem einzelnen Kettenstücke hinzugefügt oder davon abgenommen werden muß, um die Verhältnisse gleichzumachen. So wird man endlich mit hinreichender Genauigkeit die Gestalt der gesuchten Curve erhalten, welche dann leicht von der Wand oder Mauer, woran die Kette aufgehangen worden, in jede andere Lage durch Coordinaten abgetragen werden kann.


Zusammenstellung der Tafeln.

Um den Raum auf den Tafeln möglichst zweckmäßig zu benutzen, haben die Figuren, wegen ihrer sehr ungleichen Größe, nicht in genauer Reihenfolge gebracht werden können. Nachstehende Uebersicht wird die schnelle Auffindung der Figuren jedoch sehr erleichtern.

Taf. I. enthält: **Fig. 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 8*, 9.**
Taf. II. Fig. 4, 4*, 9*, 14, 15, 16, 17.
Taf. III. Fig. 10, 11, 12, 13, 18, 18*, 19, 19*, 23*, 25, 27, 28, 28*.
Taf. IV. Fig. 20, 21, 29, 29*, 30, 31, 32, 32*, 33.
Taf. V. Fig. 22, 22*, 23, 24, 26, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 44*, 45, 46, 47, 48.
Taf. VI. Fig. 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 64, 67, 68, 69.
Taf. VII. Fig. 61, 62, 63, 65, 66, 70, 71, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 79, 96, 97, 98, 99, 100.
Taf. VIII. Fig. 74, 74*, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95.

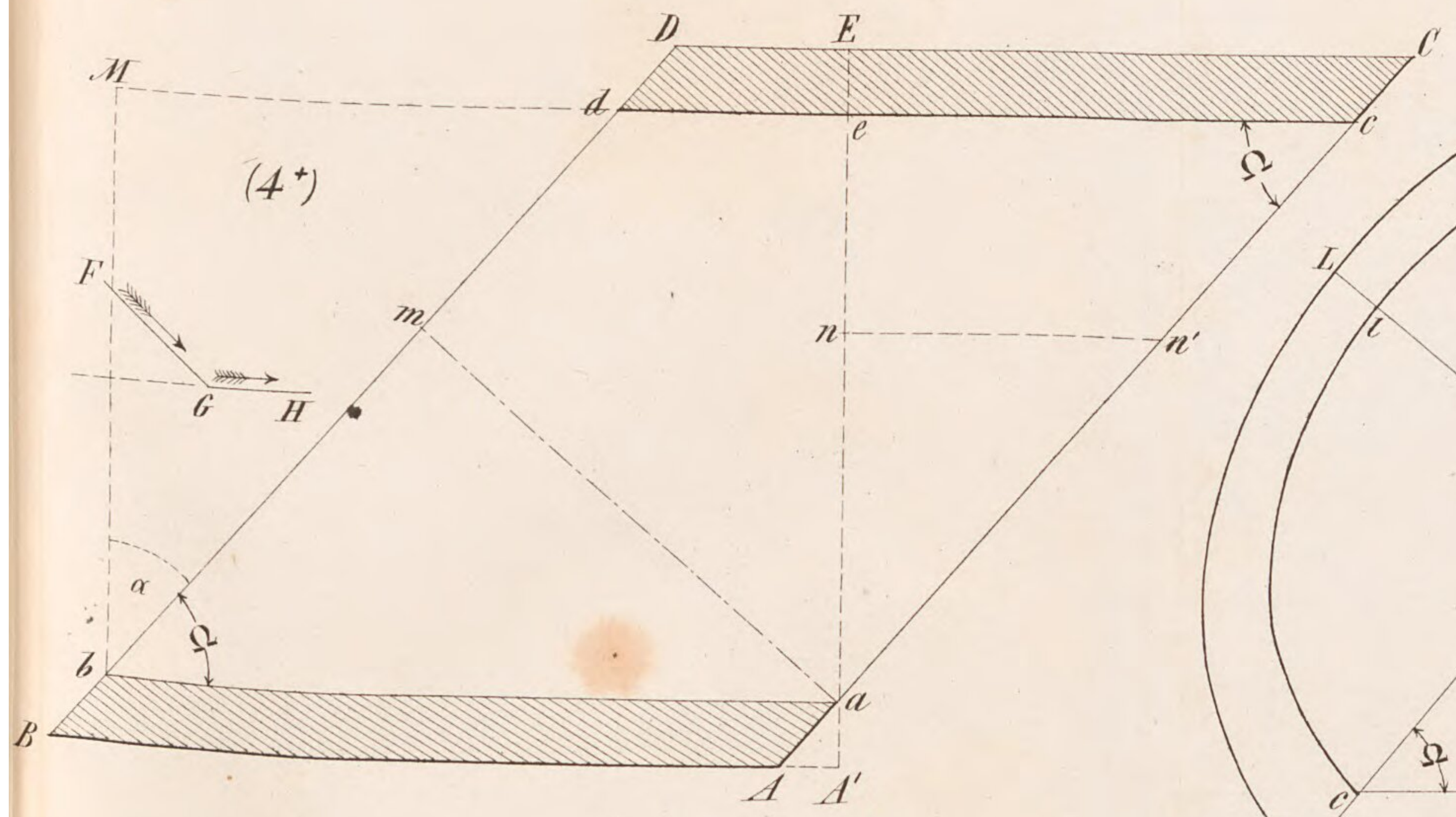
Demnach sind zu finden:

Fig.	**1—3**	auf **Taf.**	**I.**	**Fig.**	**29, 29*, 30—32, 32*33**	auf **Taf.**	**IV.**
—	**4, 4***	- —	**II.**	—	**34—44, 44*—48** . .	- —	**V.**
—	**5—8, 8*, 9**	- —	**I.**	—	**49—60**	- —	**VI.**
—	**9***	- —	**II.**	—	**61—63**	- —	**VII.**
—	**10—13**	- —	**III.**	—	**64**	- —	**VI.**
—	**14—17**	- —	**II.**	—	**65, 66**	- —	**VII.**
—	**18, 18*, 19, 19*** . . .	- —	**III.**	—	**67—69**	- —	**VI.**
—	**20, 21**	- —	**IV.**	—	**70—73**	- —	**VII.**
—	**22, 22*, 23, 24** . . .	- —	**V.**	—	**74, 74***	- —	**VIII.**
—	**25**	- —	**III.**	—	**75—79**	- —	**VII.**
—	**26**	- —	**V.**	—	**80—95**	- —	**VIII.**
—	**27, 28, 28***	- —	**III.**	—	**96—100**	- —	**VII.**

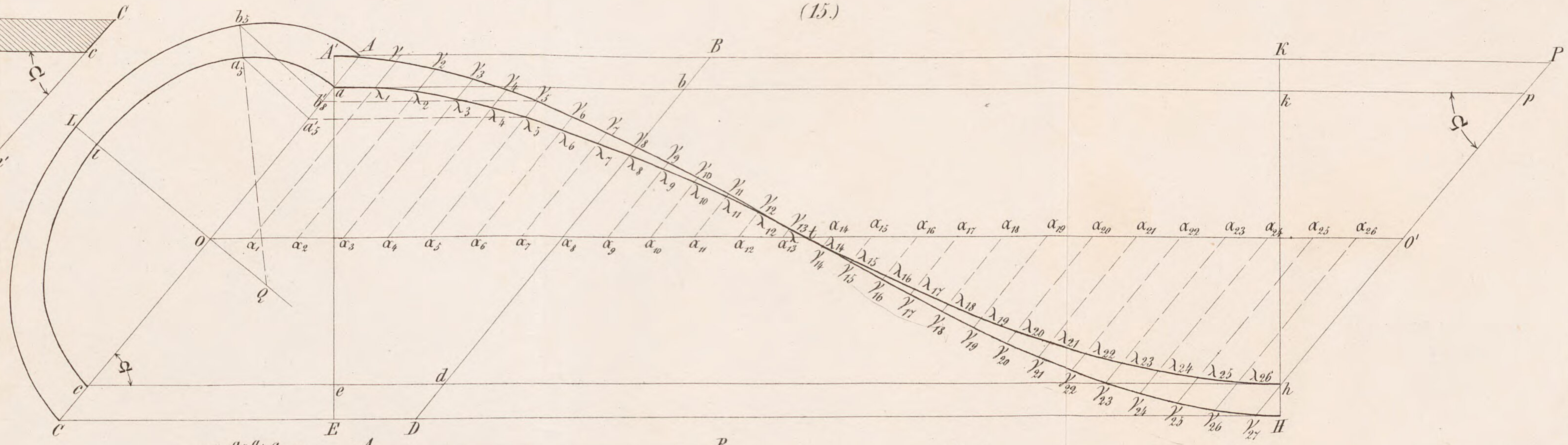


Zu Bashforth schiefe Brücken.

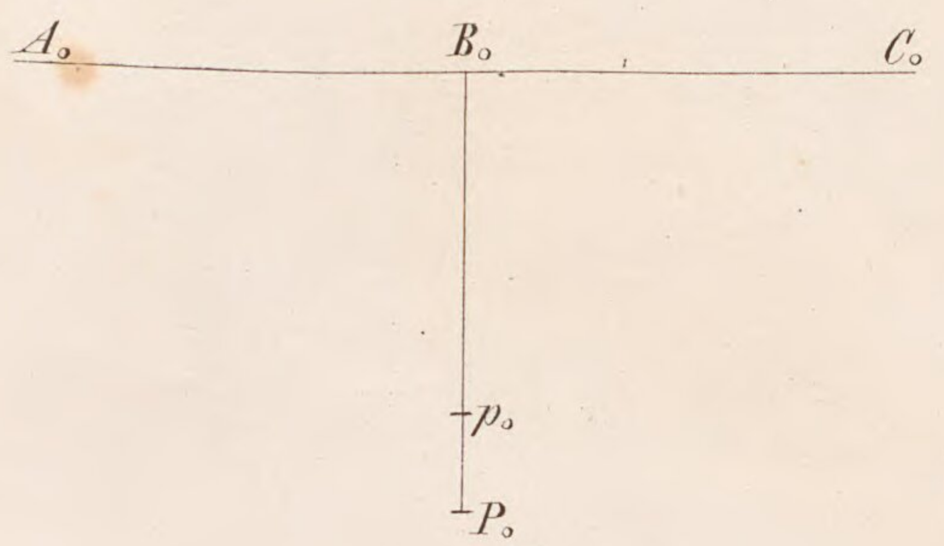
(4) (4⁺)



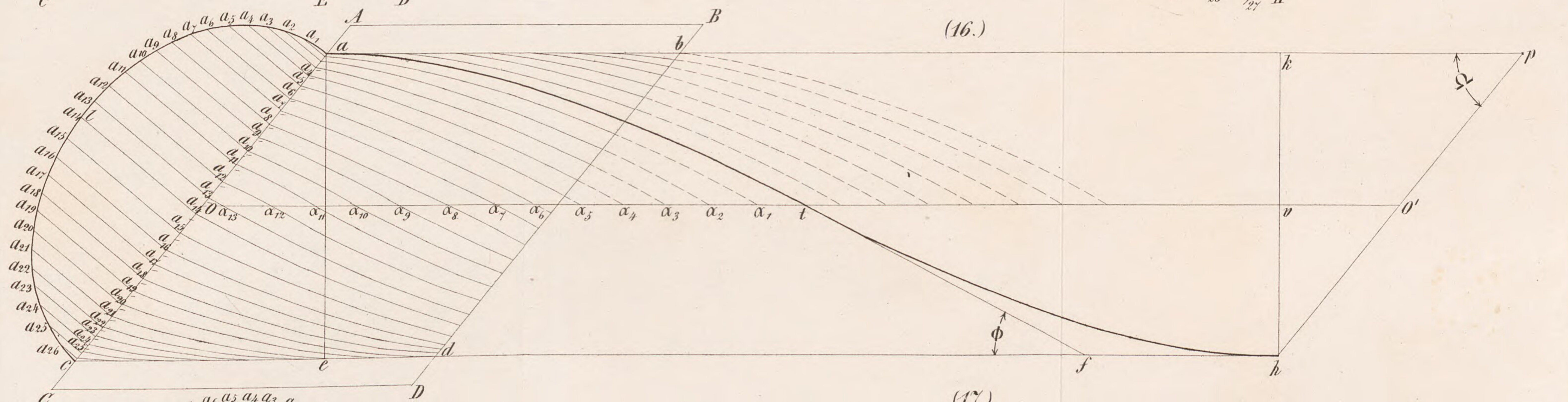
(15.)



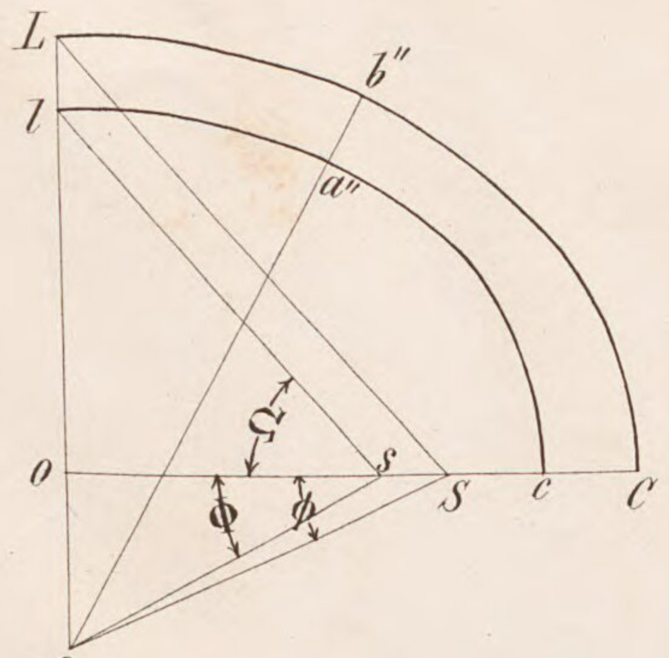
(9⁺)



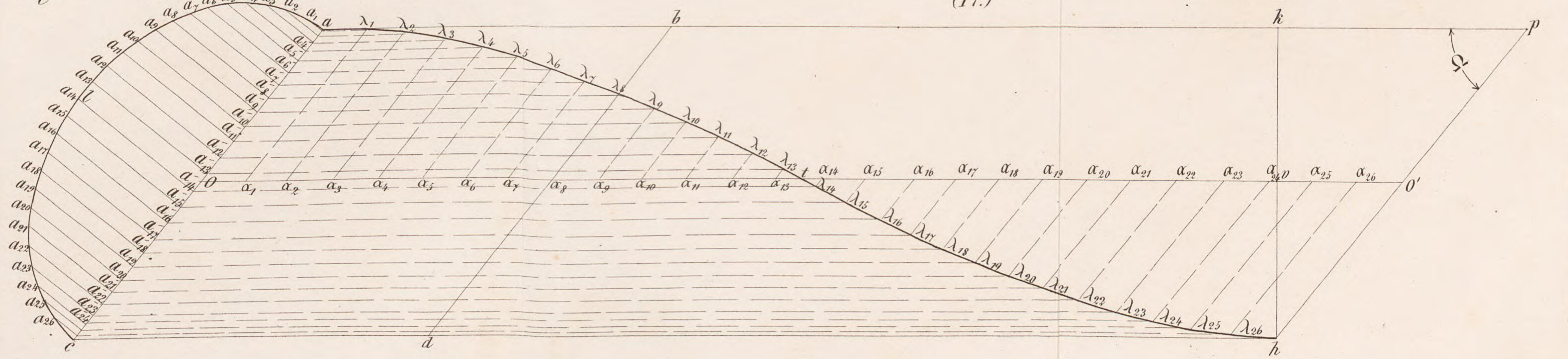
(16.)



(14.)



(17.)


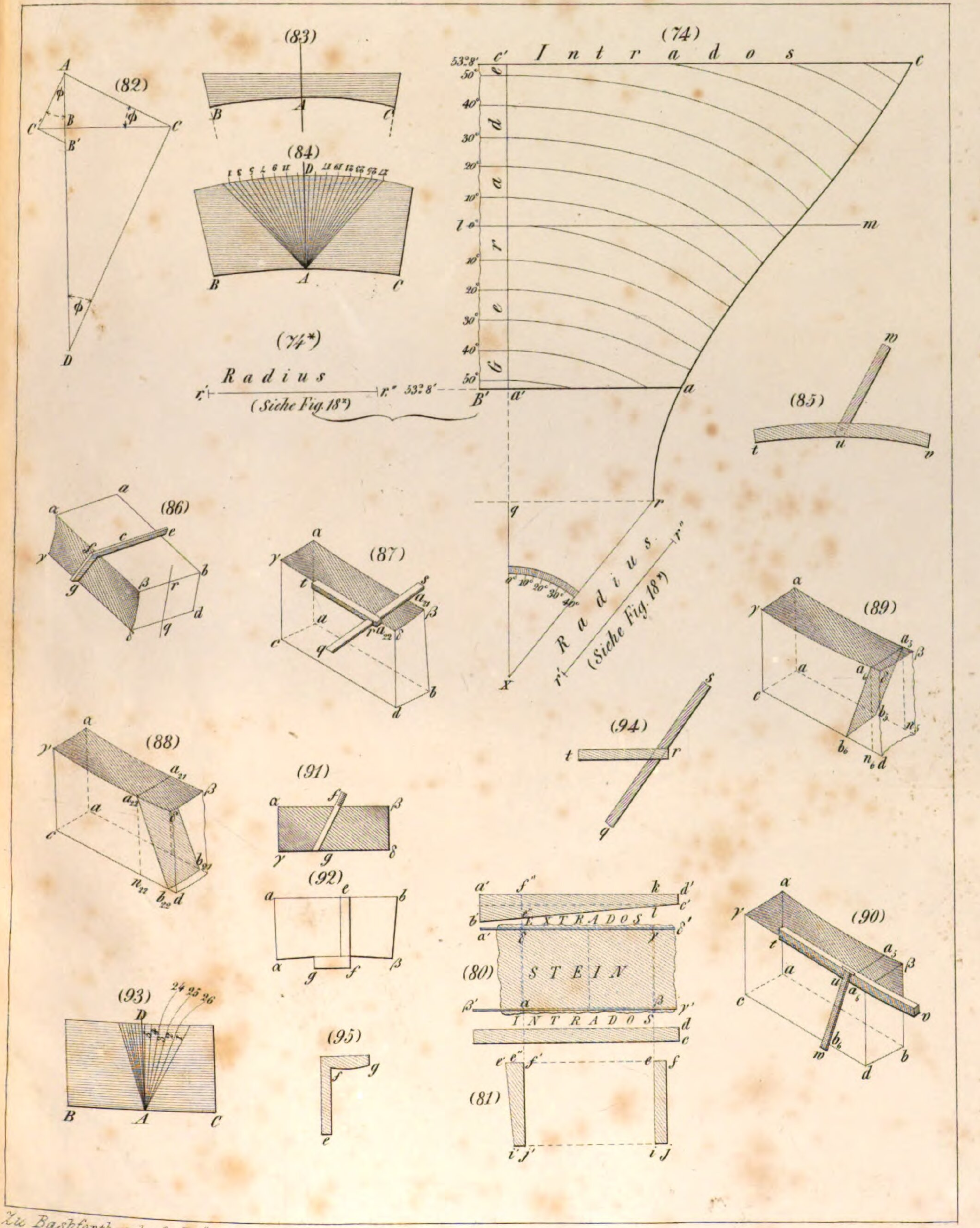

(18)
(18x)
(19)
(19x)
(10)
(11)
(12)
(13)
(23x)
(25)
(27)
(28)
(28x)


(29×)
(29)
(32)
(20)
(Siehe Fig 3)
(Siehe Fig. 18)
(30)
Grundriß.
(32×)
PLAN
(21)
(31)
(33)
49° 36′ 18″
74° 35′ 8″
53° 8′


(22)
(22*)
(23)
(24)
(26)
(46)
(47)
(48)
Intrados
(34)
(35)
Grundriss
(36)
(37)
(38)
(39)
Extrados
(40)
(41)
Grundriss
(42)
(43)
(44)
(44*)
(45)


(49)
SPIRAL - LAGEN.
(50)
(51)
SPIRAL - LAGEN.
(52)
(53)
ABGEWOGENE LAGEN.
(54)
(55)
(69)
(67)
(57)
(56)
(64)
(58)
(59)
(68)
(60)


(70)
I n t r a d o s
R a d i u s (Siehe Fig. 3)
(71)
E x t r a d o s
R a d i u s (Siehe Fig. 3)
(72)
(73)
I n t r a d o s
(61)
(62)
(65)
(66)
(63)
(96)
(75)
Gerades Gewölbe
Schief
Schiefes Ende
(76)
(77)
Φ-φ
(78)
Windschiefe Lehren
(79)
(97)
Scale mit gleicher Theilung
(98)
(99)
Scale der Sinus
(100)
Scale der Cosinus



Zu Bashforth schiefe Brücken.

6

Bashforth, Francis

Praktische Anweisung zu der Construction schiefer Brücken mit Spiral- und mit abgewogenen Schichten ein nothwendiges Handbuch für Ingenieure, Bauführer ...

Weimar 1851